



## Liczby pierwsze i złożone

---

Jolanta Pater (I)  
Katarzyna Kowalczyk (II)  
Zbigniew Szczepańczyk (III)

### (I)<sup>1</sup>

Uczę matematyki w Szkole Podstawowej pierwszy rok po długiej przerwie. W czasie tej przerwy uczyłam również matematyki, ale w Gimnazjum. Ponadto w szkole, w której obecnie pracuję – uczę pierwszy rok. Nie miałam kontaktu z nauczycielem, pod którego opieką uczyli się uczniowie klas piątych, których uczyniłam przedmiotem swoich badań.

Chciałam dowiedzieć się, czy uczniowie w poprzednim roku swojej nauki dowiedzieli się czegoś o liczbach pierwszych i złożonych. A jeśli uczyli się - to, jaka jest ich obecna wiedza – co pamiętają. Jeżeli natomiast na lekcjach nie uczyli się o liczbach pierwszych i złożonych to czy być może są uczniowie, którzy samodzielnie na podstawie podręcznika klasy czwartej dowiedzieli się czegoś na ten temat.

Ponadto temat jest jednym z tematów zaplanowanych na zajęcia wrześniowe, a nie chciałam aby wybrane przeze mnie do badania pojęcia były zbyt odległe w czasie, aby uczniowie mogli odczuć, że ich wiedza ulega niejako ewolucji – że oto nauczyli się czegoś nowego.

Informacja o liczbach pierwszych i złożonych potrzebna jest później do rozkładania liczb na czynniki pierwsze, do wyznaczania NWD – największego wspólnego dzielnika i NWW – najmniejszej wspólnej wielokrotności, później powinna być również wykorzystywana do skracania ułamków zwykłych oraz ich rozszerzania w celu wyznaczenia wspólnego mianownika np. podczas dodawania i odejmowania ułamków zwykłych (choć z moich obserwacji jest to w zasadzie już bardzo mocno intuicyjne, gdyż uczniowie rzadko kojarzą rozszerzanie i skracanie ułamków z liczbami pierwszymi i złożonym a także z liczbami względnie pierwszymi oraz z rozkładem liczb na czynniki pierwsze).

---

<sup>1</sup> Sprawozdanie z badań przeprowadzonych przez Jolantę Pater.

Liczby pierwsze i złożone jest to również jedno z haseł zarówno starej jak i nowej *Podstawy programowej*.

**Wiek uczniów** – ok. 11 lat (klasa V SP). **Liczebność grupy** – 39 osób.

### Zadanie dla uczniów

Napisz, co to są liczby pierwsze i co to są liczby złożone (z czym ci się kojarzą).

### Odpowiedź modelowa:

**Liczby pierwsze** – to liczby naturalne mające dokładnie dwa dzielniki.

**Liczby złożone** – to liczby naturalne różne od zera mające więcej niż dwa dzielniki.

*Źródło:* Podręczniki dla klasy 4 i 5 *Matematyka z plusem* M. Dobrowolskiej, M. Karpińskiego, P. Zarzyckiego – wydane przez GWO.

### Odpowiedzi uczniów (klasyfikacja)

Osobno sklasyfikowałam wypowiedzi uczniów dotyczące liczb pierwszych i osobno dotyczące liczb złożonych, przy czym istnieje możliwość zobaczenia jak poszczególni uczniowie wypowiadali się na oba zadane pytania.

### Liczby pierwsze

Lp.	Kategoria	Wypowiedzi uczniów
1.	cyfry / liczby naturalne z przedziału $\langle 1, 9 \rangle$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– to mi się kojarzy z cyframi (16)</li> <li>– od 1 do 9 (1)</li> <li>– mi się kojarzy, że te, które są pierwsze – te 9 pierwszych (10)</li> <li>– czyli od 1 do 9 i dlatego kojarzą mi się z liczbami pierwszymi (13)</li> <li>– liczby 1 – cyfrowe (23)</li> <li>– to są tylko numery 1 – 9, są bardzo małe, to są liczby które nigdy nie będą większe (15)</li> <li>– według mnie to są liczby od 1 do 9 (33)</li> <li>– są to liczby od 2 do 8 (25)</li> </ul>
2.	liczby naturalne z przedziału $\langle 1, 10 \rangle$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– kojarzą mi się z liczbami 1 do 10, bo to są liczby pierwsze (5)</li> <li>– według mnie to są od 1 do 10 (14)</li> </ul>

3.	liczenie	<ul style="list-style-type: none"> <li>– są pierwsze w liczeniu (12)</li> <li>– na przykład 1, 2, 3, 4 (22)</li> </ul>
4.	na przedzie – bez spre-cyzowania czy jako cyfry w liczbie czy podczas liczenia	<ul style="list-style-type: none"> <li>– te które są na początku (20)</li> <li>– są na przedzie (3)</li> <li>– to te które są na przedzie (7)</li> <li>– to są liczby, które są pierwsze w swojej kolejności (8)</li> <li>– kojarzą mi się z pierwszymi cyframi (31)</li> </ul>
5.	występowanie cyfry 1 na początku liczby	<ul style="list-style-type: none"> <li>– mi się kojarzy z liczbą na początku i jako pierwsza liczba, która występuje w 10. (4)</li> <li>– to są: <math>\underline{1}</math>, <math>\underline{11}</math>, <math>\underline{100}</math> (6)</li> <li>– tak jak np. 1 w liczbie 1280 (30)</li> </ul>
6.	podzielność	<ul style="list-style-type: none"> <li>– liczby, które są niepodzielne przez liczby parzyste (19)</li> </ul>
7.	Z różnymi pojęciami matematycznymi	<ul style="list-style-type: none"> <li>– z tysiącami i jednościami (26)</li> <li>– to liczby naturalne (27)</li> <li>– kojarzy mi się z liczbą albo cyfrą (21)</li> <li>– mi się kojarzy z mnożeniem i dzieleniem (32)</li> <li>– przypominają mi potęgę (34)</li> <li>– że zawsze są „pierwsze” np. w dodawaniu i odejmowaniu (29)</li> <li>– mniejsze (39)</li> <li>– trzy pierwsze liczby z cyfry (18)</li> <li>– z liczbą dodawaną i 1 (17)</li> </ul>
8.	Skojarzenia pozamatematyczne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– z liczbą, która jest najlepsza bo jest pierwsza (28)</li> <li>– jakby liczba była samotna bez żony (9)</li> <li>– że zawsze są pierwsze (zakwalifikowałam tutaj ze względu na 2 część wypowiedzi) (24)</li> <li>– 1 jak jedynka w szkole (2)</li> </ul>

9.	„masło maślane”	– to znaczy dla mnie że te liczby pierwsze są pierwsze (11)
10.	brak skojarzeń	– nie wiem (35-38)

### Liczby złożone

Lp.	Kategoria	Wypowiedzi uczniów
1.	Liczby wielocyfrowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>– od 10 do 100 (1)</li> <li>– to od 10 do nieskończoności (33)</li> <li>– według mnie to są liczby więcej niż jednocyfrowe (14)</li> <li>– liczba 2 – cyfrowa i większe (23)</li> <li>– kojarzą mi się z liczbami dwucyfrowymi (zakwalifikowałam tutaj ze względu na pierwszą część wypowiedzi) (5)</li> <li>– złożone są z wielu (10)</li> <li>– są to liczby, które są złożone z kilku liczb, kojarzą mi się z liczbowymi puzzlami (18)</li> <li>– że jest ich z trzy albo cztery np. 2384, 28910 (20)</li> <li>– że zawsze mają parę (24)</li> <li>– np. 256 to liczba złożona (31)</li> <li>– 10 – 20, są bardzo duże, nigdy nie będą mniejsze (15)</li> <li>– to te, które są złączone np. 10 albo 100 (13)</li> <li>– to <u>22</u>, <u>44</u> (6)</li> </ul>
2.	druga i pozostałe cyfry w liczbie	– np. 280 w liczbie 1280 (30)
3.	podzielność	– te, które są podzielne przez liczby parzyste, (kojarzy mi się z puzzlami) (19)
4.	Z różnymi pojęciami matematycznymi, bądź liczbami	<ul style="list-style-type: none"> <li>– np. <math>\frac{1}{2}</math> (27)</li> <li>– mi się kojarzy z mnożeniem i</li> </ul>

		<p>dzieleniem (32)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– przypominają mi potęgę (34)</li> <li>– to mi się kojarzy z cyframi (16)</li> <li>– kojarzy mi się z liczbami i cyfrą (21)</li> <li>– liczby złożone z liczbą dodawaną i złączoną (17)</li> <li>– to np. że wszystkie są złączone, znaczy <math>10 + 5 = 15</math> (22)</li> <li>– większe (39)</li> <li>– kojarzą mi się z podwójnymi (3)</li> <li>– są od 8 do 19 (25)</li> </ul>
5.	Skojarzenie pozamatematyczne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– składają się jak parasol (26)</li> <li>– mi się kojarzy że coś się składa jakby liczby się składały (9)</li> <li>– są według mnie takie same (28)</li> <li>– kojarzy mi się, że są ostatnie (29)</li> <li>– 2 jak dwójka w szkole (2)</li> </ul>
6.	„masło maślane”	<ul style="list-style-type: none"> <li>– to znaczy dla mnie że te liczby są złożone (11)</li> <li>– liczby złożone – ma jakieś znaczenie że są złożone (12)</li> </ul>
7.	nie kojarzą się z niczym	<ul style="list-style-type: none"> <li>– z niczym (4, 7)</li> <li>– (8)</li> <li>– nie wiem (35-38)</li> </ul>

### Wnioski

1. Na początku zadałam uczniom tylko pytanie „Co to są liczby pierwsze i co to są liczby złożone”. Po reakcji niektórych z nich, a w szczególności tych, którzy zupełnie nie wiedzieli jak zabrać się za pracę dodałam pytanie dodatkowe „Z czym ci się kojarzą?”. Dopiero wówczas uczniowie zaczęli pracować dużo spokojniej.
2. Dwukrotnie grupowałam wypowiedzi uczniowskie. Za drugim razem zrobiłam to po pewnym trochę gorzkim przemyśleniu. Jeżeli skojarzenia uczniów nie są poprawne to ich grupowanie w wielką liczbę kategorii i częstokroć wymyślanie nazw tych kategorii jest

na tym etapie i tak tylko częstokroć zgadywaniem co uczniowie mieli na myśli pisząc to, co napisali.

3. Wielu uczniów bardzo się starało znaleźć prawidłową odpowiedź i wytłumaczyć co mają na myśli. Ale byli niestety i tacy, którzy albo nie udzielili żadnej odpowiedzi, albo zrobili to jakby na odczepnego – byle coś napisać.
4. Żaden z uczniów nie udzielił odpowiedzi modelowej ani nawet odpowiedzi zbliżonej do odpowiedzi modelowej.
5. Wśród uczniów znalazł się jeden uczeń, który skojarzył zarówno liczby pierwsze jak i liczby złożone z podzielnością liczb, choć skojarzenie to nie miało nic wspólnego z odpowiedzią modelową, co pozwala mi przypuszczać, że nauczyciel w poprzednim roku wspominał o liczbach pierwszych i złożonych.
6. Ucieszyło mnie, że wielu uczniów właściwie skojarzyło, że liczby pierwsze i złożone coś łączy. Każdy uczeń, który zrozumie czym są liczby pierwsze nie będzie miał potem problemów z liczbami złożonymi.
7. Uczniowie są bardzo pomysłowi w udzielaniu odpowiedzi, co pewno nas nie dziwi, ale częstokroć ręce po prostu opadają.
8. Język jakim posługują się uczniowie jest dosyć ubogi, a już na pewno bardzo skrótowy.
9. Uczniowie częstokroć nie rozróżniają takich pojęć matematycznych jak cyfra i liczba, albo je po prostu ze sobą mylą.
10. Myślę, że ten rodzaj pracy pozwala na wyrobienie sobie obrazu jak wygląda świat ucznia. Po przejściu przez fazę refleksji wiele nauczyłam się o klasie – przy czym faza refleksji była bardzo istotna. Samo zapoznanie się z wypowiedziami uczniów było niewystarczające.

### **Uwagi merytoryczne**

1. Pytanie zadane uczniom, choć na początku nie przyniosło prawidłowych odpowiedzi bardzo zmobilizowało potem uczniów do dowiedzenia się, czy odpowiadali dobrze czy źle, a więc w pewien sposób zmotywowało uczniów do nauczenia się czegoś nowego.
2. Istnieje konieczność ciągłego zwracania uwagi uczniów czym jest liczba a czym cyfra.
3. Po przeprowadzeniu lekcji na temat liczb pierwszych i złożonych wiem, że pomimo faktu, że wielu uczniów wie czym są te liczby, to

jeszcze nie jeden raz będę musiała im to przypominać, a dla niektórych z nich moje przypomnienie będzie znów czymś zupełnie nowym. Niestety nie ma chyba na niektórych uczniów innej metody niż powtarzanie w kółko tego samego, choć nam nauczycielom wydaje się, że tyle razy już o tym mówiliśmy, że uczniowie już dawno powinni to umieć. Niestety w rzeczywistości jest tak, że choć życzylibyśmy sobie aby uczniowie powtarzali, utrwalali itd., to są tacy, dla których jedynym miejscem na powtórzenie i utrwalenie czegoś jest klasa szkolna i kolejna lekcja na której się pojawili. Choć jest to dla nas mało satysfakcjonujące to myślę, że tak po prostu w niektórych środowiskach jest (i pewnie niewiele się zmieni).

4. Myślę, że to, że musiałam zadać uczniom dodatkowe pytanie jest również związane z tym, że na pewnych etapach zgadzamy się, aby wiedza uczniów była w pewien sposób intuicyjna. Myślę również że pierwotne pytanie było tak sformułowane, że narzucało niejako na uczniów udzielenie odpowiedzi w sposób bardzo formalny. A ponieważ uczniowie nie są przyzwyczajeni do udzielania tak formalnych odpowiedzi, pytanie mogło ich spłoszyć i dopiero złagodzenie tego formalnego pytania spowodowało, że uczniowie zaczęli udzielać odpowiedzi – raczej mało formalnych.
5. Ciągle rozmyślam nad tym, że uczniowie nie chcą się uczyć niczego na pamięć – zgadzam się z tym, że powinni rozumieć to czego się uczą, ale uzyskanie odpowiedzi modelowej jest wielokrotnie związane z powiązaniem ze sobą jednocześnie kilku faktów i nie ma możliwości udzielenia jej przez uczniów bez nauczania się ich na pamięć, bez znajomości pojęć matematycznych. Ja staram się, aby odpowiedzi modelowe po przerobieniu jakiegoś materiału po prostu zawisły na tablicy. Na pewno muszę jeszcze coś zrobić, aby częściej egzekwować od uczniów sięganie do nich i używanie w swoich wypowiedziach, bo bardzo często jest tak, że to ja dopowiadam w sposób formalny, to co uczniowie powinni powiedzieć samodzielnie.

(II)<sup>2</sup>

Klasa 5, 23 uczniów w wieku 10-11 lat.

Aktualnie uczę matematyki w szkole podstawowej, więc większość wprowadzanych przeze mnie pojęć matematycznych jest dla uczniów nowa. Nie chciałam pytać uczniów o pojęcia, które będą poznawać dopiero w gimnazjum lub szkole średniej, gdyż bałam się, że ten materiał będzie dla nich zbyt trudny. Nie chciałam również by postawione przeze mnie pytanie było dla nich banalne. Postanowiłam zapytać ich o coś, co jest dla nich nowe. Równocześnie chciałam by pojęcie, o które pytam nie było dla nich czystą abstrakcją, chciałam, aby im się z czymś kojarzyło. Tematem, który idealnie pasował do tego założenia były „Liczby pierwsze i liczby złożone.” Dodatkowym atutem był fakt, iż lekcja o tej tematyce jest planowana na wrzesień, a nie chciałam pytać uczniów o pojęcia niezwiązane z aktualnie przerabianym działem.

Pojecie liczby pierwszej i liczby złożonej przewija się przez cały okres edukacji. Począwszy od rozkładu liczby na czynniki pierwsze w szkole, poprzez Twierdzenie Euklidesa o nieskończonej ilości liczb pierwszych, a skończywszy na Twierdzeniu Gaussa.

*Zadanie dla uczniów:*

„*Jak myślisz, co to są liczby pierwsze. Z czym Ci się kojarzą?*”

„*Jak myślisz, co to są liczby złożone. Z czym Ci się kojarzą?*”

**Odpowiedź modelowa**

Liczbę naturalną, która ma dokładnie dwa dzielniki, nazywamy **liczbą pierwszą**.

Liczbę naturalną różną od zera, która ma więcej niż dwa dzielniki, nazywamy **liczbą złożoną**.

(na podstawie „*Matematyki z plusem, kl. 5*”)

*Liczba pierwsza*

<b>Kategoria</b>	<b>Odpowiedzi uczniów w formie dosłownej</b>
Matematyczna definicja	– Liczba, która się dzieli tylko przez siebie i 1, (2 osoby)
Ważność liczby	– pierwszym miejscem w zawodach, – pierwszy na mecie,

<sup>2</sup> Sprawozdanie z badań przeprowadzonych przez Katarzynę Kowalczuk.



	– najważniejsza liczba,
Kolejność liczb naturalnych	– jedynka, bo jedynka jest pierwsza jak liczymy raz, dwa, trzy... (2 osoby) – liczba 0,
Kolejność występowania	– liczba, która jest pierwsza (4 osoby), – taka liczba, która jest na początku, – pierwsza w liczbie kilkucyfrowej (2 osoby),
Cyfry	– taka, która jest sama np. 0,1,2,3,4,... – ma jedną cyfrę (2 osoby), – liczba jakiejś liczby dużej albo nawet liczby dwucyfrowej
Wielkość	– taka, która jest największa w działaniu, – najmniejsza liczba na świecie, – liczba podzielna przez dwie liczby. (2 osoby)

### Liczba złożona

Kategoria	Odpowiedzi uczniów w formie dosłownej
Trudność	– Działaniem, które ma trudne liczby,
Wielkość	– największa liczba na świecie,
Kolejność liczb naturalnych	– to liczba, która nie jest pierwsza tylko np. dziesiąta, jedenasta...,
Liczba cyfr	– liczba złożona z dwóch liczb, ( 4 osoby) – liczba, która ma parę np. 12, 15, 68, 90, 39, ( 3 osoby) – ma więcej niż jedną cyfrę, – liczba, która składa się z wielu/ kilku cyfr, ( 3 osoby) – długa liczba, ( 2 osoby)
Definicja matematyczna	– liczba podzielna przez trzy liczby i więcej, ( 2 osoby) – liczba, która ma więcej niż 2 dzielniki,
Brak odpowiedzi	(4 osoby).

### Wnioski

Odpowiedzi uczniów bardzo mnie zaskoczyły. Spodziewałam się nawiązania do nazwy tzn. odpowiedzi mówiących, że jest to liczba pierwsza w kolejności, czyli: 0,1,2,... Odpowiedzi mówiące o „naj-

mniejszej liczbie na świecie”, „najważniejszej liczbie” całkowicie mnie zaskoczyły. Świadczyły jednak o tym, że dzieci intuicyjnie wiedzą, że liczba pierwsza to liczba, która „buduje inne”, co bardzo przydało mi się podczas tematu „Rozkład liczb na czynniki pierwsze”.

Badanie nad intuicyjną znajomością pojęć utrudniał fakt, iż część uczniów wcześniej zapoznała się z planowanym tematem lekcji, a to było powodem, iż wśród odpowiedzi uczniów znalazły się odpowiedzi modelowe.

Na odpowiedzi uczniów dotyczących liczb złożonych mógł mieć wpływ fakt, iż uczniowie definiowali je tuż po zdefiniowaniu liczb pierwszych. Zauważyłam, że odpowiedzi na zadane pytania opierały się na zasadzie przeciwieństw. Skoro liczba pierwsza była „najmniejszą liczbą na świecie” to liczba złożona była „największą liczbą na świecie”.

Większość uczniów nie klasyfikowała liczb pierwszych do tematu podzielności liczb. Była to zasadnicza różnica pomiędzy wypowiedziami uczniów a odpowiedzią modelową.

Lekcje o liczbach pierwszych i złożonych zakończone zostały przeze mnie pracą klasową, której wyniki świadczą, że większa część uczniów przyswoiła nowo poznane pojęcia. Poziom przyswojenia zagadnienia, był bardzo widoczny w zadaniach z obliczaniem Najmniejszej Wspólnej Wielokrotności, oraz Największego Wspólnego Dzielnika. Uczniowie bardzo ładnie rozkładali liczby na czynniki pierwsze, a następnie przedstawiali je w postaci iloczynu liczb pierwszych.

W celu większego zainteresowania uczniów tym tematem przeprowadziłam na jednej z lekcji, konkurs na znalezienie największej liczby pierwszej. Uczniom bardzo podobała się taka forma rywalizacji, część z nich również następnego dnia przychodziła i podawała mi przykłady dużych liczb pierwszych.

Nawet teraz po kilku tygodniach minionych od lekcji o liczbach pierwszych, uczniowie, potrafią wskazać, która z liczb wymienionych przeze mnie jest pierwsza. Jest to dla mnie dowód na to, iż temat ten nie jest dla nich niezrozumiały.

(III)<sup>3</sup>

Klasa 5, 22 uczniów w wieku 11 lat.

Uczę w szkole podstawowej i w gimnazjum. Z tego powodu wybrałem dwa tematy: „Liczby pierwsze i liczby złożone” oraz „Okrag i koło”. Pierwszy temat jest dla uczniów kl. V pojęciem nowym. Prawdopodobnie otrzymam bardzo dziwne i ciekawe odpowiedzi. Ten temat realizuje również koleżanka ze studiów Katarzyna Kowalczyk, będzie więc można porównać wyniki. Drugi temat z I kl. gimnazjum wybrałem z przeciwnego względu. Nie jest to pojęcie nowe, było kształtowane w szkole podstawowej. Chcę zobaczyć jak zmieniło się rozumienie pojęć abstrakcyjnych w stosunku do znaczenia potocznego.

**Zadanie dla uczniów:** „*Jak myślisz, co to są liczby pierwsze?*”  
 „*Jak myślisz, co to są liczby złożone?*”

**Odpowiedź modelowa**

Liczby, które mają tylko dwa dzielniki (jedynekę i samą siebie) nazywamy *liczbami pierwszymi*. Liczby, które mają więcej niż dwa dzielniki, nazywamy *liczbami złożonymi*.

(Na podstawie podręcznika „*Mogę zostać Pitagorasem*”)

Odpowiedzi uczniów V kl. (21 – jedna uczennica nieobecna na lekcji)

**Liczby pierwsze**

Lp.	Kategoria	Odpowiedzi uczniów
1.	Uczeń nie zna odpowiedzi, brak skojarzeń	(3) ? Nie wiem (4) Brak odpowiedzi – pusta kartka (15) Nie wiem (19) Nie wiem
2.	To samo znaczenie „Masło maślane”	(1) Liczby pierwsze to liczby które są pierwsze (11) No że jest pierwsza
3.	Liczby, które znajdują się w liczbie na początku	(7) to takie które są zawsze pierwsze w liczbie (10) Takie, które występują pierwsze, na początku liczby (19) te na początku

<sup>3</sup> Sprawozdanie z badań przeprowadzonych przez Zbigniewa Szczepańczyka.

4.	Liczby jako szeregi	(16) szereg liczb układanych według jakiejś zasady, ale nie pamiętam o co tam chodziło (20) to szereg liczb układanych po kolei
5.	Liczby, występujące w wyrażeniach, których działania wykonuje się jako pierwsze	(9) są to liczby np. jak jest jakieś działanie to są pierwsze (17) to te które są pierwsze i jedyne, których działania robi się pierwsze
6.	Liczby naturalne z przedziału $< 1 ; 9 >$	(2) Liczby pierwsze kojarzą mi się z liczbami – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (13) to takie liczby, jak np.: 1, 6, 8, 9 (14) są pierwsze [(do 10) z 9] (21) To liczby które są pierwsze, np. 1, 2... 9
7.	Odpowiedzi zbliżone do modelowej	(5) liczby pierwsze są to te liczby, które dzielą się przez 1 i przez samą siebie (8) Liczby pierwsze to liczby, które dzielą się przez jeden i samą siebie, np. 1, 2 (12) liczby pierwsze, to liczby, które dzielą się tylko przez 1 i samą siebie, np. 1, 2, 3, 5, 7 (22) Liczby pierwsze, to liczby, które dzielą się tylko przez jeden i przez samą siebie np.: 1, 3, 5, 7

### Liczby złożone

Lp.	Kategoria	Odpowiedzi uczniów
1.	Uczeń nie zna odpowiedzi, brak skojarzeń	(3) ? NIE WIEM (9) Nie wiem (11) Nie wiem !!! (15) Nie wiem (19) Nie wiem
2.	Skojarzenia z życia codziennego	(7) to takie, które chodzą parami

3.	Liczby wielocyfrowe	(1) liczby złożone to np. 2 liczby złożone w jedną (2) Liczby złożone to np. 11, 22, 40, 580, 11049, 38, 22 (4) Składające się z kilku cyfr (10) jakaś liczba złożona z kilku (13) składają się z kilku liczb np.: 26, 226, 3200, 4000000 (17) to te które składają się z kilku liczb (18) wielocyfrowe (21) czyli złożone z kilku liczb
4.	Liczby jako szeregi	(16) chyba liczby złożone z jakiś części, nie po kolei, nie bardzo wiem (20) to liczby jakoś tak złożone, nie po kolei?
5.	Skojarzenia dotyczące pierwszej odpowiedzi (liczby pierwsze)	(5) są to liczby które dzielą się przez 2 i samą siebie (12) to liczby, które można podzielić przez jakąkolwiek liczbę, oprócz 1 i samej siebie, np. 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 21 (14) że np. $9 + 1$ lub $8 + 5$ itd.
6.	Odpowiedzi zbliżone do modelowej (prawidłowej)	(8) Liczby złożone to takie, które dzielą się przez inne liczby i samą siebie (22) Liczby złożone to liczby, które dzielą się nie tylko przez 1 i przez samą, ale i inne liczby.

### Wnioski i uwagi metodyczne

1. Pomysłowość uczniów nie ma granic (o czym ciągle się przekonujemy).
2. Większość uczniów była zaangażowana w próbę udzielenia prawidłowej odpowiedzi.
3. Częściej powinno się używać słowa cyfra w odniesieniu do liczb jednocyfrowych (odpowiedzi (7), (10), (19)). Nie wiadomo, czy chodzi o liczbę jednocyfrową czy wielocyfrową – raczej jednocyfrową.

4. Ucieszyło mnie, że 4 uczniów udzieliło odpowiedzi zbliżonej do modelowej (uczniowie biorący udział w IV kl. w konkursie matematycznym KANGUR). Jednak ucząc o liczbach pierwszych należy zwrócić uwagę, że są to liczby, które mają tylko dwa dzielniki: jedynekę i samą siebie, bo otrzymamy: odpowiedź (5) i (8)
5. Do odpowiedzi modelowej należy dodać, że 0 i 1 nie są ani liczbami pierwszymi, ani liczbami złożonymi, gdyż część uczniów błędnie myśli odnośnie jedynki, że 1 to jeden dzielnik, a przez samą siebie czyli przez 1 to drugi dzielnik, stąd błędy w odpowiedziach (8), (12), (22) – sprawdziłem to.
6. Gdy uczniowie zrozumieją i zapamiętają, co to są liczby pierwsze, nie będą mieli trudności z udzieleniem odpowiedzi, co to są liczby złożone.

### **Dodatek**

Przeprowadziłem już lekcję o liczbach pierwszych i złożonych. Dzień wcześniej omówiłem ich odpowiedzi na temat tych liczb chwając ich za pomysłowość. Na drugi dzień, wypadał piątek, przeprowadziłem właściwą lekcję. Wszyscy uczniowie, i nie tylko, którzy próbowali wcześniej udzielić prawidłowej odpowiedzi byli aktywni na lekcji – oni chcieli dowiedzieć się, co to są za liczby. W następnym tygodniu we wtorek zadałem im to samo pytanie. Na 22 uczniów (powróciła uczennica po chorobie) uzyskałem 17 prawidłowych odpowiedzi – z czego jestem bardzo zadowolony.

Dwoje bardzo dobrych uczniów z matematyki popełniło błąd, jedna uczennica zamiast dzielniki napisała liczniki, drugi najlepszy matematyk w klasie (6 miejsce w kraju w konkursie matematycznym) umieścił jedynekę wśród liczb pierwszych. Z jednym uczniem są problemy wychowawcze. On nie starał się udzielić prawidłowej odpowiedzi (3). Jego to nie interesowało.

Chłopiec rozpieszczany przez rodziców, posiadający drogie rzeczy, przedmioty, ale coraz bardziej ubogi w wyobraźnię. Inni uczniowie doskonale się bawili, jednocześnie ucząc się na lekcjach o liczbach pierwszych i złożonych. Dla niego nie było to atrakcją.