

Fizyka „bez wektorów” – kilka uwag

Joanna Gondek

Zakład Dydaktyki Fizyki
Instytut Fizyki Doświadczalnej
Uniwersytet Gdański

1. Wstęp

Nauczanie fizyki, zwłaszcza na początkowym etapie tego procesu, wymaga wprowadzania szeregu uproszczeń omawianych zjawisk i pojęć fizycznych. Tak zawsze było i będzie. Czy aby jednak w upraszczaniu opisu zagadnień fizycznych w szkole nie posunęliśmy się za daleko i czy owe uproszczenia nie są jedną z głównych przyczyn trudności, jakie mają uczniowie ze zrozumieniem fizyki? Na przykład w ostatnich latach można było obserwować postępującą eliminację z początkowego (gimnazjalnego) etapu nauczania fizyki podstaw rachunku wektorowego, a co za tym idzie marginalizowanie wektorowego charakteru wielu wielkości fizycznych. Negatywne konsekwencje tego faktu przejawiają się obecnie nawet na poziomie szkoły wyższej. Do przeanalizowania skutków kształtowania rozumienia wielkości fizycznych „bez wektorów” wykorzystane zostały pojęcia prędkości oraz przyspieszenia.

2. Podstawa programowa nauczania przedmiotu fizyka na temat rachunku wektorowego (i nie tylko)

Wektorowy charakter wielkości fizycznych zawsze nastroczał uczniom trudności. Nie jest to zjawisko obserwowane tylko w ostatnich latach i tylko w naszym systemie edukacji. Świadczyć o tym mogą podręczniki fizyki do różnych poziomów edukacji z lat ubiegłych. W wielu podręcznikach akademickich rachunek wektorowy był (jest) wprowadzany w dosłownym tego słowa znaczeniu; jako przykłady można wymienić ze starszych pozycji *Mechanikę ogólną* A. Piekary¹, *Fizykę* D. Hallidaya, R. Resnicka², z nowszych *Podstawy fizyki* D. Hallidaya, R. Resnicka, J. Walkera³, *Fizykę doświadczalną* W. Demtrödera⁴, czy *Podstawy elektrodynamiki* D. J. Griffithsa⁵, *University Physics With Modern Physics, International Edition* P.H. D. Younga, R. A. Freedmana⁶. Świadczyć to może o tym, że w opinii nauczycieli akademickich znajomość rachunku wektoro-

¹ PWN, Warszawa 1973.

² PWN, Warszawa 1983.

³ Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.

⁴ Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2011.

⁵ Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.

⁶ Pearson Education, Inc. publishing as Person Adison-Wesley, 12th Edition, San Francisco USA 2008

rowego choćby na poziomie podstawowym nie jest wystarczająca nawet u tych, którzy przygotowywali się w szkole średniej do studiowania fizyki. Czy rachunek wektorowy jest trudny sam w sobie, czy też może wprowadzanie go tylko niejako „przy okazji” na lekcjach fizyki prowadziło do problemów? Wprowadzanie rachunku wektorowego „przy okazji” na lekcjach fizyki zanim pojawił się on na matematyce, było wynikiem braku korelacji czasowej między treściami nauczonymi w ramach tych przedmiotów. Nauczyciele przedmiotów przyrodniczych podnosili ten problem od dawna i wielu liczyło, że przy okazji ostatniej reformy programowej kształcenia ogólnego zostanie on rozwiązany. Nauczyciele fizyki buntowali się przeciwko wprowadzaniu zagadnień stricte matematycznych – nawet tych, których zastosowanie w fizyce jest oczywiste i bardzo pomocne – między innymi z tego względu, że lekcji fizyki zawsze było w szkole podstawowej i średniej mniej niż lekcji matematyki. Niestety nadzieje pokładane w nowej podstawie programowej kształcenia ogólnego się nie spełniły. Ostatyczny efekt prac nad reformą podstawy programowej wskazuje na to, że korelacji między treściami nauczania różnych przedmiotów nie poświęcono zbyt wiele uwagi. A problem rachunku wektorowego w nauczaniu fizyki rozwiązano w sposób – można powiedzieć – radykalny.

W obowiązującej od 2009 roku *Podstawie programowej przedmiotu fizyka*⁷, w części *Zalecane warunki i sposoby realizacji* znalazł się zapis: *Nauczanie fizyki na III etapie edukacyjnym*⁸ *należy rozpocząć od wyrobienia intuicyjnego rozumienia zjawisk, kładąc nacisk na opis jakościowy. (...) Wielkości wektorowe należy ilustrować graficznie, nie wprowadzając definicji wektora. Jednym słowem uznano, że rachunek wektorowy w nauczaniu fizyki w gimnazjum jest niepotrzebny. Uzasadnienie takiej decyzji twórców podstawy programowej można znaleźć w *Komentarzu do podstawy programowej przedmiotu fizyka*⁹: *Zupełnym niepowodzeniem okazało się uczenie (i to już w gimnazjum) mechaniki z użyciem rachunku wektorowego. O ile proste dodawanie sił mieści się jeszcze w głowach uczniów, to wektorowe definicje prędkości czy też przyspieszenia są na tym etapie zbyt trudne. Konieczne uproszczenia prowadzą zaś do niekonsekwencji. Dlatego sugeruje się zrezygnowanie z prób uczenia rachunku wektorowego. W gimnazjum zupełnie wystarczy prosta informacja, że niektóre wielkości (prędkość, siła itd.) oprócz wartości mają kierunek. Niestety wydaje się, że wybrane rozwiązanie problemu z nauczaniem o wektorowych wielkościach fizycznych jest rozwiązaniem typu: coś mi się nie udaje, więc tego nie robię.**

⁷ <http://men.gov.pl/index.php/2013-08-03-12-10-01/podstawa-programowa/197-podstawa-programowa-wychowania-przedszkolnego-oraz-ksztalcenia-ogolnego-w-szkolach-podstawowych-gimnazjach-i-liceach>; s. 209; dostęp 09.10.2014

⁸ Czyli w gimnazjum.

⁹ http://men.gov.pl/images/ksztalcenie_kadra/podstawa/5f.pdf; s. 214; dostęp 09.10.2014.

W konsekwencji takiego podejścia do nauczania fizyki w gimnazjum usunięto z *Podstawy programowej przedmiotu fizyka* na tym poziomie edukacji zagadnienia, w których wektorowy charakter wielkości fizycznych ma istotne znaczenie. Z zagadnień dotyczących ruchu pozostał w podstawie tylko ruch prostoliniowy; zniknęły takie wielkości fizyczne jak pęd (a pęd młodzieży do poznawania fizyki też jakby w zaniku). Trudno w tym miejscu oprzeć się potrzebie polemiki z poglądem, że wektorowy charakter prędkości, czy właśnie pędu jest zbyt trudny do zrozumienia dla przeciętnego trzynasto- czy czternastolatka, skoro jak zostało napisane w *Komentarzu do podstawy programowej przedmiotu fizyka: proste dodawanie sił mieści się jeszcze w głowach uczniów*; przecież dodawanie pędów w żaden sposób nie różni się od dodawania sił. Naprawdę trudno zrozumieć usunięcie pędu z kanonu wiedzy podstawowej – jest to wielkość fizyczna porządkująca zrozumienie Przyrody i z tego względu warta tego, by poznali ją nie tylko ci szczególnie fizyką zainteresowani lub jej potrzebujący w przyszłym wykształceniu.

O przygotowanie młodzieży do studiowania kierunków przyrodniczych twórcy podstawy programowej fizyki wydają się być spokojni: *Trzeba podkreślić, że podstawa przewiduje też miejsce na fizykę w głębszym ujęciu ilościowym. Jest na to miejsce w drugiej i trzeciej klasie liceum, w programie rozszerzonym. Dotyczy to jednak tych uczniów, którzy wybiorą ten przedmiot i będą w stanie zrozumieć język matematyczny*¹⁰. W części *Zalecane warunki i sposoby realizacji* odnośnie fizyki w zakresie rozszerzonym napisane zostało: *Możliwe jest zwiększenie poziomu stosowanej matematyki pod kątem zdolności i zainteresowań uczniów. Należy jednak pamiętać, że nie oznacza to możliwości swobodnego wykorzystywania pojęć nieznanymi jeszcze uczniom z zajęć matematyki (pochodne, całki)*¹¹. Zwraca uwagę fakt, że wśród zagadnień nieznanymi uczniom z lekcji matematyki nie został wymieniony rachunek wektorowy. Będzie on potrzebny uczniom i nauczycielom od początku realizowania rozszerzonego zakresu fizyki, więc najpóźniej na początku drugiej klasy szkoły licealnej (jeśli nie wcześniej). A w podstawie programowej rozszerzonego zakresu matematyki rachunek wektorowy pojawia się dopiero pod jej koniec (w ósmym z 11-tu działów zagadnień przewidzianych do realizacji). Wydaje się więc, że dla nauczycieli fizyki i uczniów zainteresowanych fizyką podstawa programowa wcale nie zmieniła się na lepsze. Z rachunkiem wektorowym (i innymi zagadnieniami matematycznymi), tak i tak muszą sobie radzić sami, bez wsparcia matematyków. Inną sprawą jest, czy rzeczywiście jest on aż tak trudny – w tym zakresie, w którym potrzebujemy go w fizyce szkolnej – że obawy o możliwości zrozumienia go przez młodzież są uzasadnione? Jak się wydaje, chociażby na podstawie analizy treści podręczników szkolnych, stosowanie uproszczeń – niezbęd-

¹⁰ http://men.gov.pl/images/ksztalcenie_kadra/podstawa/5f.pdf; s. 215; dostęp 09.10.2014.

¹¹ http://men.gov.pl/images/ksztalcenie_kadra/podstawa/5f.pdf; s. 209; dostęp 09.10.2014.

nych jeśli nie chcemy uwzględniać wektorowego charakteru wielkości fizycznych – prędzej czy później przynosi skutki odwrotne do spodziewanych: ani nie ułatwiają uczniom zrozumienia poznawanych zagadnień, ani pracy nauczycielom. „Wyprostowywanie” *intuicyjnego rozumienia zjawisk*¹² na ogół bywa jednak trudniejsze niż uczenie o zjawiskach od początku w sposób rzetelny, z jak najmniejszą liczbą uproszczeń.

3. Prędkość „bez wektorów”... czyli prędkość w gimnazjum

Analiza treści gimnazjalnych podręczników fizyki uświadamia, że w liceum w jednej klasie znajdują się uczniowie z bardzo różnymi wyobrazeniami nie tylko o zjawiskach fizycznych, ale nawet o podstawowych wielkościach fizycznych takich jak prędkość właśnie. Do świadomości tej nie jest potrzebna dogłębna analiza gimnazjalnych podręczników, wystarczy zajrzeć w nich do tzw. podsumowań tematów, ramek „co powinieneś wiedzieć” itp. Poniżej – dla przykładu – zaczerpnięte z podręczników gimnazjalnych informacje dotyczące pojęcia prędkości (wyróżnienia są odzwierciedleniem wyróżnień zastosowanych w podręcznikach).

Z podręcznika *Świat fizyki 1*¹³ uczniowie się dowiadują:

- ruch **prostoliniowy** jednostajny, to ruch, którego torem ruchu jest prosta i w czasie którego ciało w dowolnych, ale jednakowych odstępach czasu przebywa jednakowe drogi,
- $\frac{s}{t} = \text{const}$, tę stałą wielkość, charakterystyczną dla danego ruchu jednostajnego prostoliniowego nazywamy wartością prędkości (szybkością) i oznaczamy literą v (zatem „wartość prędkości” dotyczy tylko ruchu jednostajnego prostoliniowego; co z ruchem niejednostajnym, co z ruchem krzywoliniowym – *przyp. aut.*),
- prędkość jest wielkością wektorową, symboliczny zapis \vec{v} ,
- w ruchu jednostajnym prostoliniowym odbywającym się stale w tę samą stronę (sic!) prędkość jest stała,
- w dowolnym ruchu średnia wartość prędkości (średnia szybkość): $v_{\text{sr}} = \frac{s}{t}$,
- szybkość w danej chwili = szybkość chwilowa,
- prędkość w danej chwili = prędkość chwilowa \vec{v} ,

¹² http://men.gov.pl/images/ksztalcenie_kadra/podstawa/5f.pdf; s. 209; dostęp 09.10.2014.

¹³ *Świat fizyki 1*, Zamkor, Kraków 2013, s. 152-172.

- rozszerzenie: prędkość średnia $\vec{v}_{sr} = \frac{\vec{AB}}{t}$, wartość prędkości średniej

$$|\vec{v}_{sr}| = \frac{|\vec{AB}|}{t}.$$

Z podręcznika *To jest fizyka 1*¹⁴:

- prędkość jest wielkością wektorową (symbol prędkości \vec{v} tylko na rysunkach – *przyp. aut.*),
- prędkość $v = \frac{s}{t}$,
- prędkość średnia $v_{sr} = \frac{s_c}{t_c}$,
- prędkość w danej chwili to prędkość chwilowa.

Z podręcznika *Fizyka z plusem 1*¹⁵:

- prędkość v to wartość prędkości to prędkość chwilowa,
- prędkość średnia $v_{sr} = \frac{s}{t}$,
- prędkość trzeba zilustrować wektorem (symbol prędkości \vec{v} tylko na rysunkach – *przyp. aut.*),
- w ruchu jednostajnym prędkość się nie zmienia.

Z podręcznika *Spotkania z fizyką 1*¹⁶:

- prędkość $v = \frac{s}{t}$ i $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$,
- w ruchu jednostajnym $v = \frac{s}{t} = \text{const}$,
- $\vec{v}_{ch} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ gdzie Δt jest małym przedziałem czasu,
- prędkość średnia $v_{sr} = \frac{s_c}{t}$.

¹⁴ *To jest fizyka 1*, Nowa Era Warszawa 2013, s. 40-56.

¹⁵ *Fizyka z plusem 1*, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe Gdańsk 2009, s. 48-50.

¹⁶ *Spotkania z fizyką 1*, Nowa Era Warszawa 2013, s. 132-140.

Z podręcznika *Ciekawa fizyka 1*¹⁷:

- prędkość średnia $v_{sr} = \frac{s}{t}$ i jest to wielkość wektorowa,
- prędkość chwilowa to iloraz drogi przez czas jej przebycia, przy jak najkrótszym czasie pomiaru i jest to wielkość wektorowa.

Z podręcznika *Fizyka 1*¹⁸:

- ruch jednostajny to taki ruch, w którym w równych, dowolnie wybranych odstępach czasu drogi przebywane przez ciało są równe,
- szybkość ruchu to stosunek drogi przebytej przez ciało w ruchu jednostajnym do czasu trwania ruchu (zatem „szybkość” dotyczy tylko ruchu jednostajnego; co z ruchem niejednostajnym – *przyp. aut.*)
- zapamiętaj: szybkość $v = \frac{s}{t}$,
- prędkość = stosunek wektora przemieszczenia do czasu: $\vec{v} = \frac{\vec{AB}}{t}$.

(Uwagi zrobione zostały tylko do niektórych „cytatów”, także w dalszej części artykułu, nie oznacza to jednak, że do pozostałych nie można mieć żadnych zastrzeżeń).

Wystarczą te „cytaty” z podręczników gimnazjalnych, aby przewidzieć, że uczniowie i ich nauczyciele w liceum będą mieli problemy nawet z nomenklaturą. Jedna i ta sama wielkość fizyczna w różnych podręcznikach jest różnie nazywana;

np. $\frac{s}{t}$ dla jednych będzie szybkością, dla innych – średnią wartością prędkości, średnią szybkością, dla jeszcze innych – prędkością średnią; dla jednych prędkość średnia to – $v_{sr} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, dla innych (ale tylko tych chcących wiedzieć

więcej) – $\vec{v}_{sr} = \frac{\vec{AB}}{\Delta t}$, dla jeszcze innych (też tylko chętnych) $\frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$, to po prostu

prędkość. Z nazwą wielkości zdefiniowanej, jako $v_{sr} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ jest rzeczywiście

w literaturze podręcznikowej duże zamieszanie. Ujednolicenie terminologii w fizyce nie jest problemem łatwym do rozwiązania i to nie tylko na etapie fizyki szkolnej. Nauczycielom pozostaje uświadamianie uczniom, że mogą się spotkać z terminologią inną niż ta stosowana na lekcjach czy w podręczniku, z którego

¹⁷ *Ciekawa fizyka 1*, WSiP, Warszawa 2009, s. 31-32.

¹⁸ *Fizyka 1*, Operon, Gdynia 2010, s. 54-69.

korzystają. Nauczyciele fizyki w pierwszych klasach szkół ponadgimnazjalnych powinni zdawać sobie z tego sprawę i ujednoclić systematycznie terminologię. W świetle powyższego bardzo ważną wydaje się konsekwencja i precyzja w stosowaniu wprowadzonej nomenklatury. Żonglowanie różnymi nazwami tej samej wielkości fizycznej, a zwłaszcza nazywanie różnych wielkości tak samo, na pewno nie ułatwia ich zrozumienia i zapamiętania. Jeśli wiadomo, że jakiś termin nie jest jednoznaczny, że w różnych źródłach ma różne znaczenia, posługując się nim zawsze podajemy to znaczenie, w którym my go używamy. Przykładowo: jeśli przez prędkość średnią rozumiemy stosunek drogi do czasu w jakim ta droga została pokonana to używając tego pojęcia podajemy zawsze wzór $v_{sr} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, który będzie o tym świadczyć.

Czym jest uzasadnione stosowane w wielu podręcznikach fizyki utożsamienie: wartość prędkości = prędkość? Co ma przyjąć do wiadomości – nie mówiąc już o zrozumieniu tej wiadomości – uczeń, który dowiaduje się, że prędkość to iloraz drogi i czasu, i zaraz w następnym zdaniu (a czasem i tym samym), że prędkość to wielkość wektorowa? Zwłaszcza jeśli dowiedział się też, że i droga i czas to wielkości skalarnie. Dlaczego nie są używane jednoznaczne określenia „wartość prędkości”, wtedy gdy mowa o tym właśnie aspekcie prędkości, kierunek prędkości, gdy mowa o drugiej cesze prędkości, a prędkość gdy rozważane są wszystkie informacje o ruchu zawarte w prędkości?

Najprawdopodobniej, jako odpowiedź na powyższe pytania, ci którzy stosują np. utożsamienie prędkości z jej wartością tylko, wskażą *Zalecane warunki i sposoby realizacji* nauczania fizyki na III (czyli gimnazjalnym) etapie edukacyjnym: *należy rozpocząć od wyrobienia intuicyjnego rozumienia zjawisk, kładąc nacisk na opis jakościowy. (...) Wielkości wektorowe należy ilustrować graficznie, nie wprowadzając definicji wektora.* A przecież nawet jeśli zgodzimy się z tym, że do zilustrowania wektorowego charakteru wielkości fizycznej, np. prędkości wystarczy graficzny symbol wektora (czyli „strzałka”), to długość tego symbolu oznacza co innego niż jego kierunek, czy zwrot. Jeśli chcemy przekazać informację o wartości prędkości to musimy określić to jednoznacznie, czyli powiedzieć wprost, że mówimy o tej cesze prędkości, która jest odzwierciedlona przez długość graficznego symbolu prędkości. Jeśli nawet zgadzamy się z *Komentarzem* do podstawy programowej przedmiotu fizyka: *W gimnazjum zupełnie wystarczy prosta informacja, że niektóre wielkości (prędkość, siła itd.) oprócz wartości mają kierunek* (podkreślenie autora artykułu) to przecież oznacza to, że zgadzamy się z tym, iż należy ukształtować w uczniach „prostą” świadomość, że prędkość ma oprócz wartości, także kierunek. Nie osiągniemy tego oznajmiając uczniom, że prędkość to wielkość wektorowa, a następnie konsekwentnie pomijając w rozważaniach jej kierunek. Do tego stopnia pomijając, że mówiąc o wartości prędkości mówimy po

prostu prędkość („prędkościomierz w samochodzie pokazuje prędkość samochodu”). Takie podejście pewnie skończy się tym, że ta „prosta informacja” o tym, iż prędkość ma także kierunek z głów uczniów ucieknie. Fakt, że omawiany jest w gimnazjum tylko ruch prostoliniowy (zgodnie z zaleceniem *Podstawy programowej przedmiotu fizyka*, ale to chyba nie jedyny powód o czym będzie dalej) to zbyt słabe uzasadnienie dla skrótów myślowych, które utrudniają uczniom zrozumienie fizycznego znaczenia prędkości.

Prześledźmy, w jaki sposób budowane jest w podręcznikach gimnazjalnych rozumienie fizycznego znaczenia pojęcia prędkość. Najczęściej punktem wyjścia do „zdefiniowania” prędkości jest w podręcznikach gimnazjalnych ruch prostoliniowy jednostajny. Powodem tego jest prawdopodobnie chęć uniknięcia rozważań na temat wektorowego charakteru prędkości, który w opinii wielu jest źródłem kłopotów przy wprowadzaniu przyspieszenia. Z tego względu w gimnazjum nacisk kładzie się głównie na omówienie wartości prędkości. Ale tym bardziej dziwi fakt, że punktem wyjścia rozważań na temat prędkości jest ruch, w którym trzeba uwzględnić jednocześnie dwie cechy prędkości: i kierunek i wartość. Bo przecież określenie „prostoliniowy” jest wskazaniem toru ruchu, zaś znajomość toru ruchu pozwala na określenie tego, co się dzieje w czasie ruchu z kierunkiem wektora prędkości (to utożsamienie nie pojawia się w gimnazjalnych podręcznikach wprost, można jednak budować w uczniach świadomość tego przynajmniej przez wykorzystywanie graficznego symbolu prędkości). Określenie charakteru ruchu z punktu widzenia tego, co się dzieje w czasie jego trwania z wartością prędkości to podział ruchów na jednostajne i niejednostajne. Czyli przy wprowadzaniu samego tylko pojęcia wartości prędkości można byłoby w ogóle nie zajmować się torem ruchu ciała.

Budowanie pojęcia prędkości na przykładzie ruchu prostoliniowego jednostajnego (czyli bardzo szczególnego typu ruchu) prowadzi w nieunikniony sposób do nieścisłości. Prawidłowości tego szczególnego ruchu i dotyczące go definicje są podawane najczęściej tak, jakby były to prawidłowości i definicje ogólne. Bywa też tak, że wszystkie cechy ruchu prostoliniowego jednostajnego są traktowane jakby były charakterystyczne tylko i wyłącznie dla tego ruchu:

- prawdą jest, że w ruchu jednostajnym prostoliniowym wartość prędkości

(szybkość) jest stała i równa $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ dla jednakowych przedziałów czasu, ale

przecież w ruchu jednostajnym krzywoliniowym także tak jest (i także dla dowolnych przedziałów czasu). Czemu ma służyć podkreślanie (czasem także przez pogrubienie czcionki) prostoliniowości rozważanego ruchu, skoro akurat ta jego cecha nie ma związku z jednostajnością ruchu?

- droga jest wprost proporcjonalna do czasu trwania ruchu, nie tylko w ruchu prostoliniowym jednostajnym, ale także w krzywoliniowym ruchu jednostajnym;

- w niektórych podręcznikach można spotkać zastrzeżenie, że w ruchu prostoliniowym jednostajnym prędkość jest stała co do kierunku i wartości, jeśli ruch odbywa się stale w tę samą stronę. Takie zastrzeżenie jest zbyteczne: skoro ruch jest ruchem prostoliniowym i jednostajnym to nie ma możliwości, żeby w czasie jego trwania zmienił się zwrot wektora prędkości. Zmiana zwrotu wektora prędkości ciała poruszającego się ruchem prostoliniowym oznaczałaby, że to ciało musiało się zatrzymać, czyli wartość prędkości ciała musiała się zmieniać. A to oznacza, że nie był to ruch jednostajny. Można podejrzewać – oczywiście generalizując – że uczniowie sami nie przeprowadzą takiego rozumowania, ale tym bardziej takie niepotrzebne zastrzeżenie może budzić w nich poczucie jego niezrozumienia. Mamy nadzieję, że nauczyciele, którzy zetkną się z takim zastrzeżeniem na temat ruchu jednostajnego prostoliniowego, skłonią swoich uczniów do jego przeanalizowania.

Wydaje się, że to zbędne zastrzeżenie nie pojawiłoby się gdyby przy omawianiu ruchu prostoliniowego wykorzystywany był graficzny symbol prędkości (graficzny symbol wektora). Zwraca uwagę fakt, że o ile graficznemu przedstawieniu siły – czyli za pomocą graficznego przedstawienia wektora – poświęca się w gimnazjalnych podręcznikach całkiem sporo miejsca (sporo jest w nich przykładów zilustrowanych rysunkami, zdjęciami na których narysowane są wektory sił), to prędkość w taki sposób jest ilustrowana bardzo oszczędnie. Prawdopodobnie powodem jest to, o czym już mówiliśmy: w gimnazjum nie zwraca się uwagi na kierunek prędkości, prawdopodobnie dlatego (jak już zostało powiedziane), żeby „w przyszłości” nie było potrzeby rozważania przyspieszenia normalnego. Stąd omawianie tylko ruchu prostoliniowego, w którym wydaje się, że zwracanie uwagi na kierunek wektora prędkości jest niepotrzebne. Jednakże chociażby powyższe wątpliwe zastrzeżenie, że podane w podręczniku wzory dotyczące ruchu jednostajnego prostoliniowego są poprawne wtedy, gdy ruch ten odbywa się stale w tę samą stronę, czy późniejsze problemy studentów pierwszego roku fizyki, którzy powtarzają wyuczone jeszcze w gimnazjum regułki, dowodzą, że także ruch prostoliniowy powinien być ilustrowany graficznymi symbolami prędkości.

4. Prędkość, jako wielkość wektorowa w gimnazjum (propozycja)

Wprowadzenie w gimnazjum pojęcia wektora i posługiwanie się jego graficznym symbolem, a wprowadzenie rachunku wektorowego to dwie różne sprawy (choć zwykła algebra wektorów też nie sprawia uczniom wielkiego kłopotu). Budowanie pojęcia prędkości, wektorowego charakteru tej wielkości fizycznej nie wymaga wcale rachunku wektorowego. A skoro mamy ukształtować w uczniach świadomość wektorowego charakteru prędkości – *niektóre wielkości (prędkość, siła itd.) oprócz wartości mają kierunek* – konieczność ilustrowania prędkości za pomocą graficznego symbolu wektora

wydaje się oczywista; w konsekwencji oczywista jest konieczność zwracania uczniom uwagi na to, co dzieje się w czasie omawianego ruchu z kierunkiem wektora (strzałki) symbolizującej prędkość. Wprowadzenie pojęcia prędkości mogłoby być poprowadzone na przykład według poniższego schematu:

- zdefiniowanie średniej wartości prędkości $v_{sr} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ na przykładzie ruchu krzywo-liniowego i niejednostajnego (oczywiście bez nazywania go niejednostajnym); pokazanie, że średnia wartość prędkości $v_{sr} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ policzona dla takich samych przedziałów czasu, ale między różnymi chwilami/różnymi punktami toru ruchu, może być różna;
- wprowadzenie pojęcia wartości prędkości w danej chwili; określenie pojęcia chwili w fizyce: przez chwilę t rozumiemy także nieskończenie mały (krótki) przedział czasu, czyli gdy $\Delta t = t_k - t_0 \rightarrow 0$ to mówimy o chwili t_0 .

Prawdopodobnie dla uczniów matematyczny zapis chwili w postaci $\Delta t \approx 0$ będzie bardziej zrozumiały. Nazwanie średniej wartość prędkości obliczonej

dla $\Delta t \approx 0$ ($\Delta t \rightarrow 0$) wartością prędkości w danej chwili: $v(t) = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

i $\Delta t \approx 0$. (Wzór opisujący wartość prędkości w danej chwili to tylko symboliczny zapis rozważań konkretnych przykładów, które mają doprowadzić do pojęcia wartości prędkości);

- wprowadzenie wektora prędkości w danej chwili $\vec{v}(t)$; omówienie potrzeby i możliwości określenia, w którą stronę ciało się porusza w danej chwili; pokazanie jak największej liczby rysunków, animacji itp. ilustrujących ruch krzywoliniowy z graficznymi symbolami wektora prędkości ciała w różnych położeniach (czyli w różnych chwilach), aby uczniowie mogli wyrobić sobie wyobrażenie o kierunku i zwrocie wektora prędkości nawet, jeśli nie zostaną te cechy prędkości określone w sposób formalny. Wydaje się, że ułatwi to później zrozumienie faktu, że wektor prędkości: jest styczny do toru ruchu, że zmiana kierunku ruchu jest zmianą prędkości, czyli że każdy ruch krzywoliniowy jest ruchem z przyspieszeniem. Wielu studentów pierwszego roku fizyki jest tym faktem zaskoczonych i niewątpliwie jest to skutek budowania w szkole pojęcia prędkości i przyspieszenia na przykładach ruchów prostoliniowych.
- pokazanie przykładu, w którym średnia wartość prędkości obliczona dla dowolnego przedziału czasu (między dowolnymi chwilami, w których ruch się odbywa) jest taka sama $v_{sr1} = v_{sr2} = \dots = v_{sr} = \text{const}$; skoro dla

dowolnego przedziału czasu to także dla przedziału $\Delta t \approx 0$ ($\Delta t \rightarrow 0$), zatem wartość prędkości w każdej chwili jest taka sama i równa $v(t) = v_{sr} = \text{const}$, czyli jest taka sama przez cały czas trwania ruchu; nazwanie takiego ruchu ruchem jednostajnym. Oczywiście po wprowadzeniu pojęcia wartości prędkości można po prostu zdefiniować ruch jednostajny, jako taki, w którym wartość prędkości jest stała: $v(t) = \text{const}$. Jednak przedstawienie konkretnego przykładu, w którym $v_{sr} = \text{const}$, daje uczniom szansę zrozumienia, że średnia wartość prędkości to taka wartości prędkości, która umożliwi przebycie danej drogi w danym czasie ruchem jednostajnym;

- wprowadzenie wzoru na drogę w ruchu jednostajnym: $s = v\Delta t = v_{sr}\Delta t$; zwrócenie uwagi, że kierunek prędkości (czyli to jaka krzywa jest torem ruchu) nie wpływa na długość pokonanego w danym czasie fragmentu toru ruchu;
- pokazanie uczniom (przez przedstawienie prędkości za pomocą graficznego symbolu wektora), że w ruchu jednostajnym krzywoliniowym kierunek prędkości się zmienia, co oznacza, że prędkość, jako taka się zmienia;
- uczniowie najprawdopodobniej sami wskażą ruch jednostajny i jednocześnie prostoliniowy, jako ten ruch, w czasie którego stałe są zarówno wartość, jak i kierunek (i zwrot) prędkości.

5. Przyspieszenie „bez wektorów”... czyli przyspieszenie w gimnazjum

Pomijanie wektorowego charakteru prędkości, najbardziej odbija się na kształtowaniu w uczniach gimnazjum rozumienia pojęcia przyspieszenia. I znów kilka przykładów tego, co na temat przyspieszenia można znaleźć w podręcznikach gimnazjalnych.

Z podręcznika gimnazjalnego *Świat fizyki 1*¹⁹ uczniowie się dowiadują:

- ruch, w którym w każdej sekundzie szybkość wzrasta o tę samą wartość nazywany jest ruchem jednostajnie przyspieszonym,
- przyrost szybkości podzielony przez Δt w ruchu prostoliniowym to wartość przyspieszenia $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (zatem „wartość przyspieszenia” dotyczy tylko ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego, co zatem z ruchem krzywoliniowym? – *przyp. aut.*),
- w ruchu jednostajnie przyspieszonym wartość przyspieszenia jest stała $a = \text{const}$,

¹⁹ *Świat fizyki 1*, Zamkor, Kraków 2013, s. 174-192.

w podsumowaniu:

- wartość przyspieszenia $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (nie ma zastrzeżenia o prostoliniowości ruchu, czyli jest to definicja niezgodna z wcześniejszą definicją – *przyp. aut.*),
- w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym $a = \text{const}$ (pojawia się zastrzeżenie o prostoliniowości ruchu, które jednak trudno z czymkolwiek powiązać, skoro $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ – *przyp. aut.*),
- ciała spadające poruszają się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem o wartości $g = 10 \text{ m/s}^2$,
- ruch jednostajnie opóźniony: w każdej sekundzie szybkość maleje o tę samą wartość,
- w przypadku ruchu jednostajnie opóźnionego nie można korzystać ze wzoru $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_0}{t}$. Odejmując bowiem od końcowej wartości prędkości wartość prędkości początkowej, otrzymalibyśmy wartość ujemną (aż się prosi o pytanie „no i co z tego” – *przyp. aut.*).

Z podręcznika *To jest fizyka 1*²⁰:

- przyspieszenie informuje o ile zmienia się prędkość w ciągu jednej sekundy,
- przyspieszenie jest wektorem (sic!),
- ciało przyspiesza: wektor przyspieszenia jest skierowany do przodu, ciało zwalnia: wektor przyspieszenia jest skierowany do tyłu (przodu, tyłu czego? – *przyp. aut.*),
- ruch jednostajnie przyspieszony to ruch, w którym przyspieszenie się nie zmienia,
- przyspieszenie: zmiana prędkości podzielona przez czas zmiany prędkości $a = \frac{v_k - v_0}{t} = \frac{\Delta v}{t}$,
- ruch opóźniony to ruch, w którym przyspieszenie jest ujemne.

Z podręcznika *Fizyka z plusem 1*²¹:

- przyspieszenie to szybkość zmiany prędkości: $a = \frac{\Delta v}{t}$,
- opóźnienie, gdy samochód hamuje (ale w podręczniku zmiana prędkości jest zawsze dodatnia, więc w zasadzie nie wiadomo co znaczy opóźnienie – *przyp. aut.*),
- przyspieszenie spadających ciał nazywane jest przyspieszeniem ziemskim.

²⁰ *To jest fizyka 1*, Nowa Era Warszawa 2013, s. 40-56.

²¹ *Fizyka z plusem 1*, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe Gdańsk 2009, s. 48-50.

Z podręcznika *Spotkania z fizyką 1*²²:

- ruch jednostajnie przyspieszony to ruch, w którym w każdej kolejnej sekundzie ruchu wartość prędkości wzrasta o tę samą wartość, przyrost prędkości w każdej kolejnej sekundzie ruchu ma wartość stałą,
- przyspieszenie to przyrost prędkości w jednostce czasu: $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$, wartość przyspieszenia $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (sic!),
- droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym: $s = \frac{at^2}{2}$,
- opóźnienie = $\frac{\text{ubytek prędkości}}{\text{czas, w jakim ten ubytek nastąpił}}$ (ubytek prędkości! – *przyp. aut.*).

Z podręcznika *Fizyka 1*²³:

- ruch jednostajnie przyspieszony to ruch, w którym szybkość jest wprost proporcjonalna do czasu,
- przyspieszenie to przyrost szybkości do czasu, w którym ten przyrost nastąpił,
- wartość przyspieszenia informuje jak szybko wzrasta szybkość ciała,
- wartość przyspieszenia w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym:

$$a = \frac{\Delta v}{t},$$
- szybkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym $v = at$.

W przypadku przyspieszenia terminologia stosowana w podręcznikach gimnazjalnych i sposób opisywania ruchu przyspieszonego wydają się bardziej uporządkowane niż w przypadku prędkości. Gimnazjalne podręczniki fizyki można podzielić na dwie grupy; jedną tworzą te, w których używane jest pojęcie wartości przyspieszenia, drugą te, w których przyspieszenie utożsamiane jest z jego wartością. Gdyby chcieć dokonać podziału podręczników na podstawie tego, w jaki sposób jest w nich budowane rozumienie fizycznego znaczenia przyspieszenia, to otrzymano by te same dwie grupy. W tych podręcznikach, w których używane jest określenie „wartość przyspieszenia”, na początku (niestety tylko na początku) wyraźnie podkreślany jest fakt, że wszystkie rozważania dotyczą ruchu prostoliniowego. W tych podręcznikach, w których używane jest utożsamienie „przyspieszenie = wartość przyspieszenia” fakt, że rozważania dotyczą ruchu prostoliniowego jest bardzo skrupulatnie pomijany.

²² *Spotkania z fizyką 1*, Nowa Era Warszawa 2013, s. 132-140.

²³ *Fizyka 1*, Operon, Gdynia 2010, s. 54-69.

Prześledźmy tok rozumowania prowadzący do zdefiniowania pojęcia wartości przyspieszenia (przyspieszenia) w podręcznikach jednej i drugiej grupy.

W pierwszych budowanie pojęcia przyspieszenia rozpoczyna się od „badania” ruchu ciała odbywającego się po płaskiej nie poziomej powierzchni. Na tor ruchu nie zwraca się początkowo w tych „badaniach” żadnej uwagi. Na podstawie wniosków otrzymanych z „badania” ruchu, definiowany jest ruch jednostajnie przyspieszony: ruch, w którym w każdej sekundzie szybkość wzrasta (w innych podręcznikach „zmienia się”) o tę samą wartość. Choć aż się prosi, żeby zapisać tę definicję za pomocą prostego równania $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{const}$ (narzucającego się wręcz, ponieważ uczniowie już znają pojęcie wartości prędkości w danej chwili), nie pojawia się ono przy okazji tej definicji, nie pada także określenie „przyspieszenie”.

Po zdefiniowaniu ruchu jednostajnie przyspieszonego zwracana jest uwaga na to, że rozważany ruch był ruchem prostoliniowym. Dopiero wtedy podana jest opisowa definicja przyspieszenia: *przyrost szybkości podzielony przez czas Δt , w którym ten przyrost nastąpił, nazywamy w ruchu prostoliniowym wartością przyspieszenia. Oznaczamy ją literą a .*²⁴ Pojawia się oczywiście

także zapis matematyczny tej definicji: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Zróbmy drobny komentarz

także do tego etapu rozumowania: skoro przyspieszenie zostało tak zdefiniowane jak powyżej, to na pytanie, co to jest wartość przyspieszenia uczniowie powinni odpowiadać, że jest to stosunek przyrostu wartości prędkości do czasu w ruchu prostoliniowym. Dlaczego nikt od uczniów takiej odpowiedzi nie wymaga? Niestety w podręcznikowych podsumowaniach, zestawieniach typu „co powinieneś wiedzieć” w definicji wartości przyspieszenia zastrzeżenia o prostoliniowość ruchu nie ma. To właśnie jest najprawdopodobniej powodem tego, że dla uczniów/początkujących studentów wartość przyspieszenia to $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

niezależnie od tego czy to ruch prostoliniowy, czy nie. Warto tu zwrócić uwagę, że nawet gdyby w definicji przyspieszenia został uwzględniony wektorowy charakter prędkości, to i tak najprawdopodobniej doszłoby do przekłamań w definiowaniu wartości przyspieszenia, ponieważ jedynie w ruchu prostoliniowym zachodzi $\Delta v = |\Delta \vec{v}|$. Problem ten jest analogiczny do problemu z wartością wektora prędkości średniej i średnią wartością prędkości, równość $\Delta s = |\Delta \vec{r}|$ zachodzi tylko w ruchu prostoliniowym na dokładkę odbywającym się

²⁴ Świat fizyki 1, Zamkor, Kraków 2013, s. 180.

stałe w jedną stronę. (Czyżbyśmy znaleźli źródło niepotrzebnego zastrzeżenia na temat ruchu jednostajnego prostoliniowego?).

Kolejny krok w budowaniu wyobrażenia o przyspieszeniu to stwierdzenie, że w ruchu prostoliniowym jednostajnie przyspieszonym wartość przyspieszenia, czyli $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ jest stała: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{const}$. Tu także rodzi się wątpliwość: jeśli uczniowie zrozumieli podaną im definicję ruchu jednostajnie przyspieszonego to dla nich warunek $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{const}$ jest matematycznym zapisem definicji ruchu jednostajnie przyspieszonego. A więc dla nich ruch jednostajnie przyspieszony będzie po prostu ruchem z przyspieszeniem o stałej wartości, ponieważ o fakcie, że pojęcie wartość przyspieszenia zostało wprowadzone tylko dla ruchu przyspieszonego prostoliniowego na pewno zapomną. Oczywiście można powiedzieć, że uczeń ma obowiązek znać definicje. Jednak oczekiwanie, iż z definicji: „ $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ nazywamy w ruchu prostoliniowym wartością przyspieszenia, oznaczamy ją literą a ” uczeń wyciągnie wniosek, że w ruchu krzywoliniowym ilorazu $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ nie można nazwać wartością przyspieszenia, jest zbyt wygórowane. Tym bardziej, że jak powiedzieliśmy, w podręcznikach zastrzeżenie, że wzór $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ i nazwa „wartość przyspieszenia” dotyczą tylko ruchu prostoliniowego jest pomijane.

Gdyby autorom podręczników zależało na ukształtowaniu w uczniach świadomości, że $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ to wartość przyspieszenia tylko w prostoliniowym ruchu przyspieszonym to prawdopodobnie w podręcznikach pojawiłaby się przynajmniej uwaga, że w przyspieszonym ruchu krzywoliniowym wartość przyspieszenia określona jest w inny sposób. Taka uwaga się nie pojawia w żadnym podręczniku. Za to w niektórych podręcznikach można znaleźć diagramy klasyfikujące ruchy²⁵, z których można wyciągnąć wniosek, że przyspieszenie dotyczy tylko ruchu prostoliniowego. Przyspieszenie pojawia się przy ruchu prostoliniowym, natomiast przy krzywoliniowym nie, przy ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym pojawiają się wzory $v(t) = v_0 + at$ i $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$, a przy ruchu krzywoliniowym nie. A przecież, gdy ruch

²⁵ Świat fizyki 1, Zamkor, Kraków 2013, s. 194.

krzywoliniowy jest ruchem jednostajnie przyspieszonym te wzory są poprawne o ile tylko a jest tak samo zdefiniowane jak w podręcznikach, czyli

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{const}.$$

W drugiej grupie podręczników budowanie wyobrażenia o przyspieszeniu rozpoczyna się od zdefiniowania tej wielkości fizycznej, jako wielkości opisującej jak szybko zmienia się prędkość. Takiej definicji przyspieszenia w zasadzie nie można nic zarzucić, wydaje się więc, że w podręcznikach tej grupy przyspieszenie będzie potraktowane rzetelnie. Po „słownej” definicji przyspieszenia podawana jest czasem definicja ruchu jednostajnie przyspieszonego – jest to ruch, w którym przyspieszenie się nie zmienia (zauważmy, że formalnie ta definicja ruchu jednostajnie przyspieszonego różni się od definicji ruchu jednostajnie przyspieszonego z podręczników wcześniej omówionych). Dopiero po tej definicji podawany jest sposób obliczania

przyspieszenia i jego matematyczny zapis: $a = \frac{\Delta v}{t}$. Oczywiście staje się wtedy –

zapewne nie dla uczniów niestety – że po pierwsze: w podanej definicji jest mowa o szybkość zmian tylko wartości prędkości, a nie zmian prędkości, po drugie: te definicje dotyczą nie przyspieszenia a wartości przyspieszenia (i to nie całkowitego). W zasadzie nie ma w tym niczego zaskakującego: w podręcznikach, w których funkcjonuje utożsamienie „prędkość = wartość prędkości”, będzie także utożsamienie „przyspieszenie = wartość przyspieszenia”. W podręcznikach tej grupy w opisie przykładów ruchu przyspieszonego zupełnie nie zwraca się uwagi na tor ruchu (czyli kierunek prędkości).

We wszystkich gimnazjalnych podręcznikach matematyczny zapis definicji wartości przyspieszenia (przyspieszenia) ma postać: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Jednak w jednych

podręcznikach Δv to przyrost wartości prędkości, w innych zmiana wartości prędkości. Znaku równości między określeniami „przyrost” i „zmiana” postawić nie można, zatem dla uczniów będą to dwie różne definicje. Określenie „przyrost wartości prędkości” w sposób jednoznaczny oznacza zwiększenie wartości prędkości, określenie „zmiana prędkości” może oznaczać zarówno zwiększenie, jak i zmniejszenie wartości prędkości. Czy rzeczywiście konieczne jest używanie w definicji wartości przyspieszenia określenia „przyrost”? Wydaje się, że na zajęciach fizyki powinniśmy kształtować w uczniach określony sposób rozumowania. Powinniśmy więc przyzwyczajając uczniów do tego, że jeśli „obserwują” wielkości fizyczne i opisują ich zmiany, to porównań powinni dokonywać zawsze w taki sam sposób. Jeśli na przykład opisywane są zachodzące w czasie zmiany prędkości, to zawsze od prędkości w chwili późniejszej odejmuje się prędkość w chwili wcześniejszej (w zasadzie można by

odwrotnie, byleby być konsekwentnym; oczywiście ze względów przyszłych zastosowań chociażby rachunku różniczkowego lepiej zachować „strzałkę czasu”). Ten sposób rozumowania powinien znajdować odzwierciedlenie także w jego matematycznym zapisie, czyli wszystkie działania oznaczone symbolicznie przez Δ powinny być interpretowane, jako różnica między wartością/kierunkiem wielkości fizycznej w chwili późniejszej i w chwili wcześniejszej. Wtedy otrzymany wynik rozumowania/działania w sposób jednoznaczny odzwierciedli to, co stało się z obserwowaną wielkością fizyczną: czy jej wartość zwiększyła się, czy zmniejszyła. Uczniowie na pewno będą wdzięczni za wyrobienie w nich takiego przyzwyczajenia, gdy będą musieli/mogli już posługiwać się rachunkiem wektorowym, czy różniczkowym.

W związku z interpretacją symbolu Δv w jednym z podręczników można przeczytać: *W przypadku ruchu jednostajnie opóźnionego nie można korzystać*

ze wzoru $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_0}{t}$. Odejmując bowiem od końcowej wartości

prędkości wartość prędkości początkowej, otrzymalibyśmy wartość ujemną. Na

lekcjach matematyki dowiesz się, że wartość wektora nie może być ujemna.

Zarówno zakaz, jak i jego uzasadnienie są zaskakujące. Żeby dowiedzieć się, że

korzystając z tego wzoru dostanie się wartość ujemną najpierw trzeba z niego

jednak skorzystać. Uzasadnienie zakazu, jest typu „nie korzystaj, bo nie wiesz

czy możesz skorzystać”. Co zrobić, gdy nie jest powiedziane czy ruch jest

zmienny, przyspieszony czy opóźniony? Trzeba jednak skorzystać ze wzoru

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ i na podstawie otrzymanego wyniku określić, czy wartość prędkości się

zmieniła, a jeśli tak to czy się zwiększyła, czy może zmniejszyła, czyli czy

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0$, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0$, czy też $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0$. Na lekcjach matematyki

uczniowie nie usłyszą o wartości wektora, tylko o długości wektora. Na lekcjach

fizyki powinni zaś dowiedzieć się, że długość wektora przedstawiającego daną

wielkość fizyczną odzwierciedla wartość tej wielkości. Prędkość to wielkość

fizyczna, którą można przedstawić za pomocą wektora (autorzy powyższego cytatu

sami tak to określili), a nie wektor (niestety jak wynika z przedstawionych cytatów,

w jednym z podręczników uczniowie mogą przeczytać, że przyspieszenie to

wektor). Wartość prędkości znajduje odzwierciedlenie w długości

przedstawiającego ją wektora, kierunek i zwrot prędkości w kierunku i zwrocie tego

wektora. I nie oznacza to, że wartość wektorowej wielkości fizycznej jest równa

długości przedstawiającego ją wektora (czy stawianie równości między wartością

np. siły a długością reprezentującego siłę wektora jest dla uczniów rzeczywiście

takie oczywiste? Dla uczniów wartość siły jest wyrażona w niutonach, a długość

czegokolwiek, więc pewnie i wektora w jednostkach długości). Problem z ujemnym

przyspieszeniem jest właśnie konsekwencją usunięcia z podstawy programowej elementarnych podstaw rachunku wektorowego. Obecnie problemem jest określenie kierunku przyspieszenia nawet w ruchu prostoliniowym.

„Ujemne” przyspieszenie – przez nadanie mu interpretacji, którą potem uczniowie odnajdą w pełnej definicji przyspieszenia $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{i}_s + v\frac{d\vec{i}_s}{dt}$ – można wykorzystać do pokazania wektorowego charakteru przyspieszenia. Gdy wartość prędkości zmniejsza się, czyli gdy $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0$, to wektor przyspieszenia opisującego zmianę wartości prędkości ma zwrot przeciwny do zwrotu wektora prędkości. (Przyspieszenie styczne $\vec{a}_s = \frac{dv}{dt}\vec{i}_s$: jeśli wartość prędkości jest malejącą

funkcją czasu to $\frac{dv}{dt}$ ma wartość mniejszą od zera. Nie oznacza to oczywiście, że

długość wektora reprezentującego przyspieszenie styczne jest mniejsza od zera, a tylko to, że jego zwrot jest przeciwny do zwrotu wektora reprezentującego prędkość). Wydaje się, że skupieni na chęci upraszczania opisu wielkości i zjawisk fizycznych pogubiliśmy się w tym, co rzeczywiście jest trudne. Z jednej strony działamy w imię hasła „matematyka to tylko język fizyki i nie może ona przesłaniać rozumienia fizyki” (i dlatego wyrzucamy ze szkoły nawet elementarny rachunek wektorowy), a z drugiej traktujemy wielkości fizyczne jak obiekty czysto matematyczne i boimy się mniejszej od zera wartości wyrażenia

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ dlatego, że „wartość wektora” – nieistniejąca przecież w matematyce

cecha wektora – nie może być ujemna, albo dlatego, że „nie możemy” (nie chcemy) użyć określenia współrzędna styczna przyspieszenia (rzeczywiście nie ma takiej potrzeby).

Wszystkie wzory i definicje przyspieszenia – choć dotyczą tylko szybkości zmian wartości prędkości – są podawane w gimnazjalnych podręcznikach fizyki tak, jakby innego przyspieszenia nie było. Jest to poważnym problemem z punktu widzenia kształtowania w uczniach poprawnego rozumienia fizycznego znaczenia przyspieszenia. Jest jeszcze jeden poważny powód, dla którego wyrabianie w uczniach przeświadczenia, przekonania, przyzwyczajenia, że szybkość zmian wartości prędkości – czyli $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ – jest całkowitym

przyspieszeniem jest niewłaściwe. Powodem tym jest druga zasada dynamiki Newtona. Druga zasada dynamiki Newtona w gimnazjalnych podręcznikach ma jedną z dwóch postaci:

- jeżeli wypadkowa siła działająca na ciało jest różna od zera to ciało porusza się ruchem przyspieszonym, przy czym $a = \frac{F}{m}$;
- jeżeli na ciało o masie m działa stała niezrównoważona siła F to ciało porusza się ruchem jednostajnie zmiennym z przyspieszeniem $a = \frac{F}{m}$.

Ponieważ w gimnazjum przyspieszenie to tylko $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, zatem dla uczniów kończących gimnazjum wartość przyspieszenia występującego w drugiej zasadzie dynamiki Newtona to właśnie $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$! Rozważmy

konsekwencje tego faktu na kilku prostych przykładach:

- jakie wnioski uczeń gimnazjum powinien wyciągnąć z faktu, że w czasie ruchu wartość prędkości ciała się nie zmienia? Skoro $\Delta v = 0$ to ruch ciała jest ruchem bez przyspieszenia niezależnie od tego czy jest to ruch prostoliniowy czy krzywoliniowy. Pewnie dlatego tak trudno oswoić się licealistom i początkującym studentom fizyki z tym, że każdy ruch krzywoliniowy jest ruchem z przyspieszeniem (każdy, więc także ruch jednostajny krzywoliniowy);
- z faktu, że w czasie ruchu $\Delta v = 0$, a więc $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0$ może uczeń wyciągnąć także wniosek, że na ciało poruszające się ruchem jednostajnym krzywoliniowym albo nie działają żadne siły, albo działają siły, które się równoważą;
- z równania $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{F}{m}$ opisującego drugą zasadę dynamiki (podkreślamy, dla uczenia gimnazjum przyspieszenie opisuje tylko szybkość zmian wartości prędkości) uczeń ma prawo wyciągnąć wniosek, że siła działająca na ciało może zmienić jedynie wartość prędkości ciała. Co jest przyczyną ruchu krzywoliniowego pozostanie dla uczniów zagadką;
- na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{F}{m}$ uczeń ma prawo (a w zasadzie musi) uznać, że wartość prędkości strąconej ze stołu paczki chusteczek (czyli wartość prędkości w rzucie poziomym) można opisać równaniem $v = gt$ ($F_{\text{ciężar}} = gm = \text{const}$, więc $a = g = \text{const}$). Nie jest to oczywiście prawdą, ale uczeń albo nigdy się o tym nie dowie, albo dowie się dopiero na studiach i to pod warunkiem, że będą to studia, na

których wykładana jest fizyka (w liceum nie dowie się tego, nawet jeśli będzie się uczył w nim rozszerzonego zakresu fizyki).

Konieczność wprowadzenia w gimnazjum drugiej zasady dynamiki Newtona powinna przesądzać o potrzebie wprowadzenia w gimnazjum pojęcia przyspieszenia opisującego zarówno szybkość zmian wartości prędkości (przyspieszenia stycznego), jak i szybkość zmian kierunku prędkości (przyspieszenia normalnego). Oczywiście wymagałoby to konsekwentnego budowania w uczniach świadomości wektorowego charakteru prędkości.

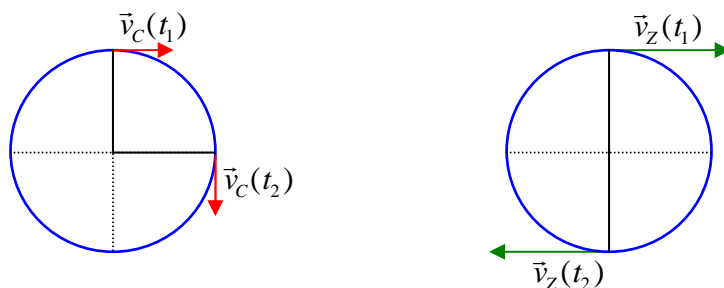
7. Przyspieszenie, jako wielkość wektorowa w gimnazjum (propozycja).

Świadomość wektorowego charakteru prędkości umożliwi uczniom przynajmniej jakościową analizę krzywoliniowego ruchu ciała, czyli umożliwi zrozumienie, że przyspieszenie jest wielkością opisującą nie tylko szybkość zmian wartości prędkości, ale także szybkość zmian jej kierunku. Przykładem ruchu krzywoliniowego może być ruch samochodu jadącego z miasta A do miasta B, można wtedy odwoływać się do wskazań szybkościomierza i mapy z zaznaczoną „krętą” trasą samochodu (na mapie „samochód” z wektorem jego prędkości).

Rozumowanie wprowadzające pojęcie przyspieszenia mogłoby przebiegać przykładowo tak:

- nazwanie ruchu, w czasie którego zmienia się choć jedna z cech prędkości, ruchem z przyspieszeniem;
- zwrócenie uwagi, że można „osobno” przeanalizować to, jak szybko w czasie ruchu zmienia się wartość prędkości (np. jak szybko zmieniają się wskazania szybkościomierza) i osobno, jak szybko kierunek prędkości (kierunek wektora reprezentującego prędkość);
- opisanie szybkości zmian wartości prędkości samochodu: zdefiniowanie średniej wartości przyspieszenia stycznego $a_{st_sred} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Uzasadnienie określenia „styczne”: żartobliwie podchodząc do problemu można powiedzieć, że w jakiś sposób trzeba odróżnić przyspieszenie opisujące szybkość zmian wartości prędkości od przyspieszenia opisującego szybkość zmian kierunku prędkości; poważnie – określenie stanie się oczywiste, gdy uczniowie poznają te zagadnienia matematyczne, które umożliwią im określenie kierunku prędkości jako kierunku stycznej do toru ruchu;
- zdefiniowanie ruchu jednostajnie przyspieszonego, jako takiego w czasie, którego $a_{st_sred} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{const} = a_{st}$ (rozumowanie podobne do tego zastosowanego przy wprowadzaniu pojęcia ruchu jednostajnego);

- omówienie i porównanie sytuacji, gdy $a_{st} > 0$ i $a_{st} < 0$; zinterpretowanie ujemnego a_{st} jako sytuacji, w której wartość prędkości poruszającego ciała się zmniejsza, nie jest żadnym wyzwaniem intelektualnym dla trzynastolatków. Jeśli prędkość będzie zawsze ilustrowana za pomocą graficznego symbolu wektora, to można pokusić się o słowne wprowadzenie kierunku i zwrotu przyspieszenia stycznego;
- opis jakościowy szybkości zmian kierunku prędkości: pokazanie, że w tym samym czasie, dla którego rozpatrywane było to, co działo się z wartością prędkości ciała (np. samochodu), zmieniał się także kierunek prędkości ciała. Wprowadzenie wielkości fizycznej opisującej szybkość zmian kierunku prędkości: przyspieszenia normalnego (dośrodkowego). „Trzeba” się przyznać przed uczniami, że wzór na wartość przyspieszenia normalnego poznają później, ponieważ znalezienie/wyprowadzenie go nie jest takie proste jak w przypadku przyspieszenia stycznego. (W rzeczywistości nie jest to prawdziwy powód nieomawiania przyspieszenia dośrodkowego w gimnazjum. Wzór $a_d = \frac{v^2}{r}$ uczniowie poznają w pierwszej klasie szkoły ponadgimnazjalnej – czyli poznają go wszyscy uczniowie, a nie tylko ci, którzy wybiorą rozszerzony zakres fizyki – bez żadnego wyprowadzenia. Zatem równie dobrze można byłoby wzór $a_d = \frac{v^2}{r}$ wprowadzić już w gimnazjum. Przynajmniej bardziej oczywiste byłoby wprowadzenia odrębnej nazwy na przyspieszenie styczne i przyspieszenie dośrodkowe/normalne). Żeby trochę przybliżyć uczniom istotę przyspieszenia normalnego można posłużyć się przykładem ciał poruszających się ruchem jednostajnym po torach krzywoliniowych, np.:



W czasie Δt kierunek prędkości ciała C zmienił się o 90° , a ciała Z o 180° , zatem średnio rzecz ujmując kierunek prędkości ciała Z zmieniał się szybciej niż ciała C . Oczywiście warto omówić także ruch ciał poruszających się po okręgach o różnych promieniach z prędkościami o takich samych wartościach;

- omówienie ruchu jednostajnie przyspieszonego (krzywoliniowego, choć oczywiście nie ma potrzeby tego podkreślać wtedy, gdy rozważany jest przypadek stałej wartości przyspieszenia stycznego), wyprowadzenie wzoru na prędkość $v(t) = v_0 + a_{st}t$ i drogę: $s(t) = v_0t + \frac{1}{2}a_{st}t^2$. Pokazanie, że w ruchu krzywoliniowym, także takim w którym $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{const} = a_{st}$, kierunek prędkości się zmienia, więc na pewno wartość przyspieszenia dośrodkowego/normalnego jest w takim ruchu różna od zera, a więc wartość **całkowitego przyspieszenia** jest **większa** od wartości przyspieszenia stycznego a_{st} . W zrozumieniu tego, że droga zależy tylko od wartości przyspieszenia stycznego $a_{st_sred} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{const} = a_{st}$ pomaga uczniom (niezależnie od ich wieku) podsuniecie bardzo prostego skojarzenia: wskazania licznika kilometrów w samochodzie zależą od wskazań szybkościomierza, a nie zależą od tego, co wskazuje kompas, a o tym jak szybko zmienia się wartość prędkości informuje przyspieszenie styczne;
- omówienie ruchu jednostajnie zmiennego prostoliniowego, czyli ruchu w którym kierunek prędkości się nie zmienia więc $a_{st} = a_{\text{całkowite}} = a = \text{const}$ (i kierunek przyspieszenia także się nie zmienia);
- warto omówić ruch jednostajny po okręgu (choć to wykracza poza *Podstawę programową przedmiotu fizyka* na gimnazjalnym etapie edukacji), pokazać, że w takim ruchu wartość przyspieszenia dośrodkowego $a_d = a_{\text{całkowite}} = a = \text{const}$.

Jak widać wprowadzenie przyspieszenia stycznego nie byłoby takie trudne, w zasadzie polegałoby na dodaniu przymiotnika „styczny” do nazwy przyspieszenie nadawanej w gimnazjalnych podręcznikach wielkości $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

Z przymiotnikami w nazwach uczniowie stykają się od samego początku nauki, nie ma więc powodu unikania ich w nazwach wielkości fizycznych; zwłaszcza jeśli dzięki temu uczniowie coś zyskają.

8. Korzyści z omówienia wektorowego charakteru prędkości już w gimnazjum

Co zyskaliby uczniowie i nauczyciele, gdyby ci drudzy zbudowali w uczniach już w gimnazjum świadomość wektorowego charakteru prędkości i przyspieszenia, oraz świadomość że na całkowite przyspieszenie składają się przyspieszenie styczne i normalne? Zyskaliby szansę na rzeczywiste

zrozumienie przez uczniów fizycznego sensu prędkości i przyspieszenia (przyspieszenie styczne i normalne prof. Andrzej Januszajtis nazywał „składowymi naturalnymi”²⁶ przyspieszenia, bardzo to trafne i oddające istotę rzeczy określenie), możliwość pełniejszego omówienia drugiej zasady dynamiki Newtona już w gimnazjum. To zaś oznacza mniejsze ryzyko wyrobienia w uczniach złego wyobrażenia o wielkościach i zjawiskach fizycznych. Uwzględnianie wektorowego charakteru prędkości i omówienie przyspieszenia zarówno stycznego, jak i normalnego ułatwiłoby także zachowanie ciągłości między treściami nauczonymi w III etapie edukacji szkolnej (obowiązujący wszystkich zakres podstawowy fizyki) i w IV etapie (rozszerzony zakres fizyki dla zainteresowanych nią, lub potrzebujących jej na studiach wyższych).

Definicje wielkości fizycznych, opisy zjawisk fizycznych podawane w podręcznikach do gimnazjum i definicje, opisy tych samych wielkości i zjawisk w podręcznikach do liceum (nawet tego samego wydawnictwa) bywają niespójne. Przykład: w gimnazjum uczniowie dowiadują się, że przyspieszenie, z jakim porusza się ciało jest wprost proporcjonalne do działającej na nie siły:

$$a = \frac{F}{m}$$
 oraz że *ciało pod działaniem stałej niezrównoważonej siły porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym* (taka wersja drugiej zasady dynamiki jest we wszystkich podręcznikach gimnazjalnych). Ruch jednostajnie przyspieszony

(zmienny) w gimnazjum to – przypomnijmy – taki ruch, w którym $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{const}$.

Czym dla uczniów gimnazjum jest wartość przyspieszenia? Oczywiście jest określona przez wzór $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Zatem ruch jednostajnie przyspieszony

(zmienny) to taki, w którym $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{const}$. Zatem na pytanie, jakim ruchem

porusza się np. strącona ze stołu paczka chusteczek uczniowie odpowiadają, że jest to ruch jednostajnie przyspieszony: siła ciężkości jest stała, więc przyspieszenie też jest stałe, więc ruch jest ruchem jednostajnie przyspieszonym. Ci z nich, którzy będą w liceum poznawać rozszerzony zakres fizyki dowiedzą się, że ruch jednostajnie przyspieszony to *ruch, w którym przyspieszenie jest stałe, a jego zwrot jest zgodny ze zwrotem prędkości ciała*²⁷ (przed tą definicją jest podana definicja ruchu jednostajnie zmiennego, jako ruchu, w którym przyspieszenie jest stałe zarówno co do wartości, jak i kierunku: $\vec{a} = \text{const}$). Zatem ruch, który w gimnazjum rozpoznali, jako ruch jednostajnie

²⁶ A. Januszajtis *Fizyka dla politechnik* Tom I. *Cząstki*, PWN Warszawa 1977, s. 34.

²⁷ *Z fizyką w przyszłość 1*, ZamKor, 2012, s. 35; podręcznik dla szkół ponadgimnazjalnych zakres rozszerzony.

przyspieszony, w szkole ponadgimnazjalnej będą musieli uznać za niejednostajnie przyspieszony, ponieważ kierunek przyspieszenia paczki chusteczek jest inny niż kierunek jej prędkości.

Z zacytowanej powyżej definicji ruchu jednostajnie przyspieszonego wynika, choć nie jest to napisane *explicite*, że ruch jednostajnie przyspieszony jest ruchem prostoliniowym. Mimo tego w tym samym podręczniku fizyki, z którego ta definicja pochodzi, można przeczytać, że z drugiej zasady dynamiki Newtona wynika, iż: *Jeśli siła wypadkowa jest różna od zera i stała, to ciało porusza się ruchem prostoliniowym jednostajnie zmiennym*. Po co dodatek o prostoliniowości ruchu jednostajnie zmiennego, skoro ruch jednostajnie zmienny jest z definicji prostoliniowy? To podobna sytuacja do tej z zastrzeżeniem „ruch prostoliniowy jednostajny odbywający się stale w tę samą stronę”. Z powyższym cytatem jest dużo poważniejszy problem. Łatwo zakwestionować to, o czym ten cytat mówi: ruch poziomy (ukośny) odbywa się w wyniku działania na ciało „stałej” siły, a więc jest ruchem ze stałym przyspieszeniem (stałym zarówno co do wartości, jak i kierunku) a nie jest ruchem prostoliniowym. Czyli z tego co jest napisane w podręczniku rozszerzonego zakresu fizyki wynika, że druga zasada dynamiki Newtona sobie, a przyroda sobie?!

Z definicją ruchu jednostajnie przyspieszonego jest jak widać problem. Trzeba przyznać, że nie tylko w szkolnych podręcznikach fizyki. Nie ma zgody w tej sprawie także w pozycjach bardziej zaawansowanych merytorycznie. Są źródła, w których ruch jednostajnie przyspieszony to ruch, w czasie którego wartość przyspieszenia jest stała: $|\vec{a}| = a = \text{const}$ ²⁸, są takie, w których jest to ruch, w czasie którego $\vec{a} = \text{const}$ ²⁹, w innych *explicite* jest podana tylko definicja ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego, co pozwala przypuszczać, że ruch krzywoliniowy także może być jednostajnie przyspieszony. Dla większości uczniów, początkujących studentów, wielu nauczycieli ruch jednostajnie przyspieszony oznacza ruch, w którym wartość przyspieszenia ciała jest stała (prawdopodobnie jest tak przez skojarzenie z ruchem jednostajnym, czyli z ruchem, w którym wartość prędkości jest stała) i w którym drogę można obliczyć na podstawie wzoru: $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$. Na pytanie, jakim ruchem jest rzut poziomy, ukośny najczęściej pada odpowiedź: jednostajnie przyspieszony/zmienny. Zestawienie tych dwóch pytań i odpowiedzi na nie prowadzi do refleksji, że coś jest nie tak albo ze wzorem na

²⁸ A.H. Piekara *Mechanika ogólna*, PWN Warszawa 1986.

²⁹ W. Demtröder *Fizyka doświadczalna* Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2011.

drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym, albo z tym jakim ruchem jest rzut poziomy, ukośny. Pytani uzmysłwiają sobie, że drogi w rzucie poziomym nie da się policzyć na podstawie powyższego wzoru, choć wiadomo, że jest to ruch z przyspieszeniem o stałej i znanej wartości. Niestety uczniowie nie wiedzą, a początkującym studentom trudno przyswoić sobie (złe nawyki, zła „intuicja” wyrobiona w szkole), że wartość przyspieszenia (przyspieszenia całkowitego)

jest opisana równaniem $a = \sqrt{(a_{st})^2 + (a_n)^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{r_\perp}\right)^2}$, a nie po

prostu $a_{st} = \frac{dv}{dt}$. Kłopotu ze „wzorem na drogę” w ruchu jednostajnie zmiennym

nie ma, jeśli przyjmie się, iż ruch jednostajnie zmienny to ruch, w którym stała wartość ma przyspieszenie styczne^{30,31}: $s(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a_{\text{styczne}} t^2$. Oczywiście

w równaniu opisującym drogę zawsze występuje tylko przyspieszenie „styczne”, jeśli jest ono zależne od czasu, równanie na drogę ma po prostu inną postać. Staje się to oczywiste gdy uświadomimy sobie, że długość pokonanego toru ruchu (czyli właśnie droga) zależy tylko od wartości prędkości. I tu dochodzimy do tego samego co poprzednio: gdybyśmy od razu rozważali prędkość jako wielkość mającą wartość i kierunek – a nie tylko wspominali, że prędkość to wielkość wektorowa – od razu mielibyśmy uzasadnienie dla wprowadzenia zarówno przyspieszenia opisującego szybkość zmian wartości prędkości, jak i przyspieszenia opisującego szybkość zmian kierunku prędkości i dzięki temu nie byłoby problemu z niepotrzebnymi zastrzeżeniami na temat toru ruchu, równania opisujące drogę byłyby oczywiste. I wcale nie jest do tego potrzebny – mamy nadzieję, że udało się to powyżej pokazać – nawet elementarny rachunek wektorowy, wystarczy jedynie pojęcie wektora (wielkości mającej zwrot, kierunek i zwrot) i jego graficzny symbol.

9. Podsumowanie

Wprowadzanie wektorowych wielkości fizycznych i omawianie zjawisk, w których one odgrywają rolę jest problemem istotnym zarówno w gimnazjum, jak i w liceum (pokazaliśmy, że w liceum jest ten problem nie mniej poważny jak w gimnazjum). I skoro jest problemem, to trzeba się mu uważnie przyjrzeć i co najważniejsze rozwiązać. Analizując treść szkolnych podręczników do fizyki można jednak odnieść wrażenie, że tak naprawdę to problem z nauczaniem o wektorowych wielkościach fizycznych ma swoje źródło w głowach tych, którzy są odpowiedzialni za nauczanie fizyki. Na jakiej podstawie kilka osób (!)

³⁰ A. Januszajtis *Fizyka dla politechnik* Tom I. *Cząstki*, PWN Warszawa 1977.

³¹ *Słownik fizyczny*, Wiedza Powszechna Warszawa 1984.

układających *Podstawę programową przedmiotu fizyka* uznało, że trzynastolatek – uczeń pierwszej klasy gimnazjum – nie zrozumie pojęcia wektora i zabroniło używania go do opisu Przyrody? Odpowiedź pada w oficjalnym publikowanym przez MEN komentarzu do *Podstawy programowej...*, dlatego, że rachunek wektorowy jest zbyt trudny. Ale do ukształtowania w uczniach świadomości, że do pełnego opisu prędkości potrzebne jest jeszcze określenie kierunku tej wielkości fizycznej, czy też do opisu przyspieszenia działania na wektorach wcale nie są potrzebne. Czyżby twórcy podstawy programowej nie zdawali sobie z tego sprawy? Konsekwencje tego ponoszą uczniowie, bo niestety jak uczy doświadczenie, „czym skorupka...”, „czego Jaś się nie nauczył...”. Konsekwencje obecnie obowiązujących przepisów oświatowych są rzeczywiście poważne. W świetle obowiązującej ustawy oświatowej większość Polaków skończy naukę fizyki po pierwszej klasie szkoły ponadgimnazjalnej. Będzie rozumieć fizykę „intuicyjnie” (cokolwiek to nie znaczy), nie będzie wiedzieć co to jest przyspieszenie, pole elektromagnetyczne, pole grawitacyjne. Większość kończących naukę fizyki będzie miała mętlik w głowie i przekonanie, że fizyka jest nielogiczna i nie da się jej zrozumieć. Bo albo nie będą mieli odwagi powiedzieć, albo nie wpadną na to – i jednemu i drugiemu trudno się dziwić – że to nie fizyka jest nielogiczna, tylko że to, czego są uczeni w szkole nie jest fizyką. Smutne to, ale niestety prawdziwe, podręczniki nie pozostawiają złudzeń (nie tylko na temat prędkości i przyspieszenia).