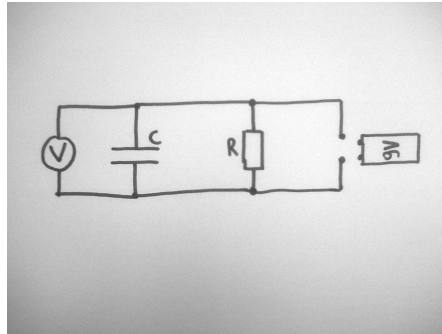


Zapomniana metoda całkowania za pomocą nożyczek

Mirosław Brozis

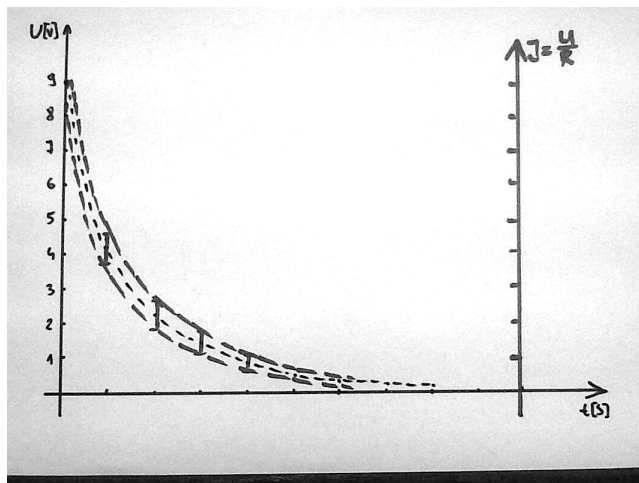
I Liceum Ogólnokształcące im. Bolesława Krzywoustego w Słupsku

Całka w fizyce od momentu jej „wynalezienia” (podobno niezależnie od siebie przez Newtona i Leibniza) zagościła na dobre w fizyce. Bo i drogę z zależności $v(t)$ można sobie łatwo policzyć, po wykonaniu wykresu z danych doświadczalnych i moc prądu jest „wyliczalna”. Z pracą również łatwo można się uporać mając wykres zależności mocy urządzenia w funkcji czasu jego pracy. Jeżeli ta zmiana nie następuje problem jest banalny bo wynikiem całki oznaczonej jest po prostu pole prostokąta – już uczniowie gimnazjum korzystając nieświadomie z całki oznaczonej wyznaczają drogę w ruchu jednostajnym. W liceum nie będąc świadomi dlaczego używają wzoru na pracę gazu w przemianie izobarycznej $-p\Delta V$ (i jeszcze ten minus o zgrozo). Jeżeli zależność jest liniowa – niekoniecznie linia pozioma bo i pola trójkąta jak i trapezu nie obce uczniom są (np. wyznaczenie energii potencjalnej rozciągniętej sprężyny o współczynniku sprężystości k) – uczeń z takim zagadnieniem bez problemu poradzi sobie. Niestety bogactwo zależności wzajemnych wielkości fizycznych prowadzi do konieczności sięgnięcia po potężniejsze narzędzie zwane całką. Są nauczyciele, którzy nielegalnie uczą uczniów całek ale czasu niestety na to jest zbyt mało. Dlatego chciałbym przypomnieć starą metodę całkowania za pomocą nożyczek. Ponieważ do tej metody potrzebne są tylko nożyczki kartka i pisak dlatego wszystkie wykresy będą wykonane ręcznie (gdyby były na komputerze to on wyliczyłby za nas całkę). Metodę całkowania nożyczkami przypomnę na przykładzie rozładowania kondensatora. Równolegle łączymy kondensator, rezystor oraz woltomierz, a następnie na krótko do kondensatora podłączamy baterię 9V w celu „natankowania” kondensatora (rys. 1). Po odłączeniu baterii kondensator rozładowuje się poprzez równolegle do niego podłączony rezystor. Napięcie na rezystorze maleje w funkcji czasu. Kondensator oraz rezystor należy tak dobrać aby czas rozładowania wynosił około 10 sekund (krótszy czas jest trudny do pomierzenia, w przypadku dłuższego czasu uczniowie zaczynają się nudzić). Następnie należy zamalować parametry kondensatora bo to będzie celem naszych pomiarów. Jeżeli podświadomie czujemy potrzebę użycia technologii możemy nagrać proces rozładowania ustawiając obok woltomierza stoper (ułatwi to jednoczesny pomiar napięcia i czasu). Aby nie odbierać radości odkrywania nie podam parametrów kondensatora oraz rezystora. Nadmienię jednak, że każdy rezystor ma określoną tolerancję dokładności wykonania co będzie mało wpływ na dalsze działanie. Na rysunku 1 pokazano schemat układu pomiarowego.



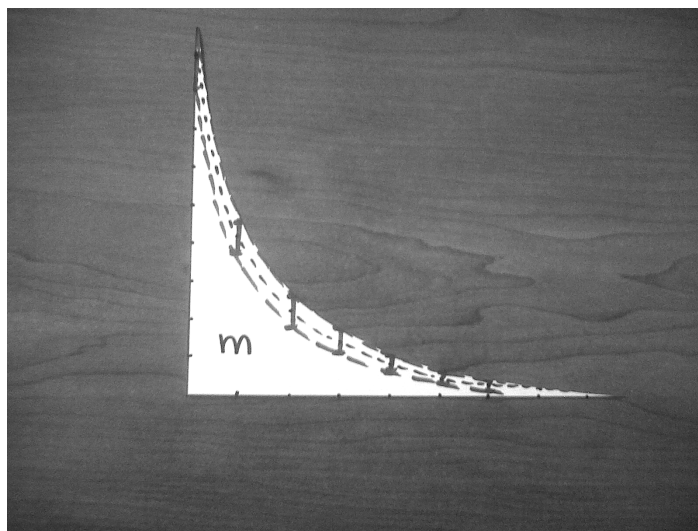
Rysunek 1. Schemat układu pomiarowego.

Uzyskane punkty pomiarowe nanosimy na wykres zależności $U(t)$. Po połączeniu punktów uzyskujemy krzywą eksponencjalną. Pole pod taką krzywą nie wiele nam mówi dlatego po podzieleniu zmierzonego napięcia przez opór rezystora możemy otrzymać zależność $I(t)$. I tu się pojawia tolerancja rezystora. Proponowałbym wyznaczyć maksymalną wartość natężenia prądu (przy najmniejszym oporze rezystora np. przy tolerancji 20% opór wynosi $0,8R$) i minimalną wartość natężenia prądu (np. $1,2R$). Na tym samym wykresie możemy wykreślić zależność $I(t)$ dla skrajnych wartości oporu zaznaczając „samoloty” niepewności (rys. 2). Można również pokusić się o narysowania niepewności wyznaczenia czasu. Aby nie zaciemniać rysunku nie zostały one zaznaczone.

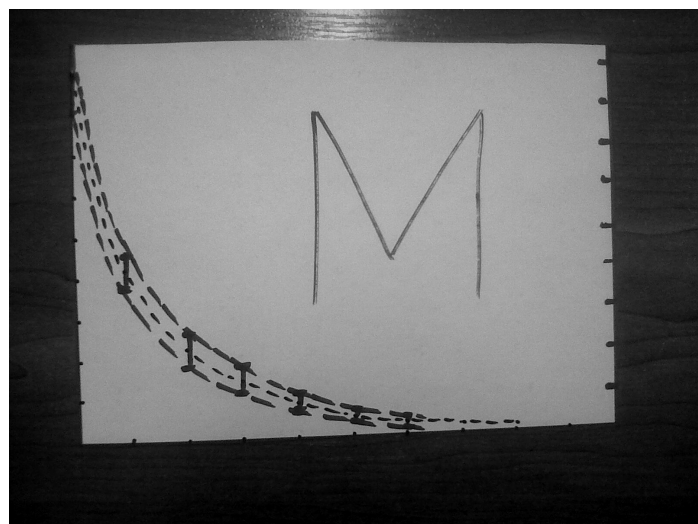
Rysunek 2. Krzywe zależności $U(t)$ – krzywa czarna krótsze linie oraz $I(t)$ krzywe czerwone dłuższe linie, pionowe kreski to niepewności wyznaczenia wartości prądu.

Pole pod krzywą zależności $I(t)$ jest równe ładunkowi jaki przepłynął przez rezystor (trochę przez woltomierz). Znając napięcie „tankowania” U , łatwo

wyznaczyć można pojemność kondensatora ze wzoru $Q=CU$. Oczywiście pole można scałkować ale należałoby znać równanie krzywej. Z pomocą przyjdzie nam metoda wycinanek. Zakładając, że papier jest ma jednakową gęstość każdym miejscu można wyznaczyć masę papieru pod krzywą m oraz masę papieru pomiędzy osiami M (rys.3 i rys.4).



Rysunek 3. Część kartki której masa jest proporcjonalna do $Q=It$.



Rysunek 4. Część kartki której masa jest proporcjonalna do ładunku który przepłynął przez rezystor przy założeniu minimalnej wartości oporu rezystora.

Masę kartki można wyznaczyć za pomocą wagi laboratoryjnej, w przypadku jej braku wykres można nakleić na karton i wyznaczyć masy za pomocą wagi kuchennej. Stosunek wyznaczonych mas będzie równy stosunkowi ładunku, który przepłynął przez rezystor q do ładunku $Q=It$ (pole prostokąta) – $m/M=q/Q$.

Z otrzymanych danych można wyznaczyć pojemność kondensatora (wartość maksymalną). Wyznaczając masę części kartki pod dolną krzywą można wyznaczyć najmniejszą wartość pojemności kondensatora. Dalsze działania to już inwencja nauczyciela – obliczenie C , wyznaczenie niepewności bezwzględnej, względnej... Ale to już inna historia, nad którą pochylę się na następnej Szkole Dydaktyki Fizyki.